Universität Siegen
Department Mathematik
AG Geomathematik
Univ.-Prof. Dr. V. Michel

12. November 2020

Übungen zur Vorlesung

Geomathematik

Wintersemester 2020/21
Blatt 2

Abgabe per E-Mail bis **Donnerstag, den 19. November 2020, 16:15 Uhr**.

Aufgabe 5: (4 Punkte)

Stellen Sie eine Definition für "regulär im Unendlichen" für den $\mathbb{R}^n$, $n \geq 3$, auf, so dass

- die Definition mit der Definition im $\mathbb{R}^3$ (siehe Vorlesung) übereinstimmt und
- die Fundamentallösung im $\mathbb{R}^n$, $N(y) := |y|^{-n+2}$ (siehe Aufgabe 3b), die Bedingung erfüllt.

Weisen Sie Letzteres nach (Achtung! In der Literatur ist diese Definition nicht einheitlich).

Aufgabe 6: (2+2=4 Punkte)

Seien $D \subset \mathbb{R}^n$ und eine Funktion $F : D \to \mathbb{R}$ gegeben. Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen gelten.

a) Wenn F α-Hölderstetig für $\alpha > 0$ ist, dann ist F gleichmäßig stetig.

b) F ist α-Hölderstetig für $\alpha > 1$ genau dann, wenn F konstant auf zusammenhängenden Teilmengen von D ist.

Aufgabe 7: (4 Punkte)

Seien $D \subset \mathbb{R}^n$ und eine Funktion $F : D \to \mathbb{R}$ gegeben. Zeigen Sie, dass das Folgende gilt: Wenn F stetig differenzierbar und D ein kompakter Hyperquader $\prod_{i=1}^n [a_i, b_i]$ ist, dann ist F α-Hölderstetig für $\alpha = 1$, d.h. F ist Lipschitzstetig.

Aufgabe 8: (4 Punkte)

Rechnen Sie nach, dass die Funktion

$$F(x) := \begin{cases} \frac{1}{\ln x}, & x \in \left]0, \frac{1}{2}\right], \\ 0, & x = 0, \end{cases} \qquad x \in \left[0, \frac{1}{2}\right],$$

gleichmäßig stetig ist, aber für kein $\alpha \in \mathbb{R}^+$ eine α-Hölderstetige Funktion ist.