Universität Siegen
Department Mathematik
AG Geomathematik
Univ.-Prof. Dr. V. Michel
M.Sc. Roger Telschow

06. Mai 2014

Übungen zur Vorlesung

Geomathematik

Sommersemester 2014
Blatt 3

Abgabe am **Dienstag, dem 13. Mai 2014** zu Beginn der Vorlesung.

Aufgabe 9: (4 Punkte)

Sei $h_0 \in [0,1[$ gegeben. Für alle $h \in [-h_0, h_0]$ und alle $t \in [-1,1]$ definieren wir

$$\Phi(h) := \sum_{n=0}^{\infty} P_n(t) h^n.$$

a) Beweisen Sie, dass diese Reihe (bzgl. t und h) absolut und gleichmäßig konvergiert.

b) Beweisen Sie, dass Φ die folgende Differentialgleichung erfüllt:

$$\left(1 + h^2 - 2ht\right) \Phi'(h) = (t-h)\Phi(h).$$

Aufgabe 10: (4 Punkte)

Beweisen Sie, dass für alle $t \in [-1,1]$ und alle $h \in]-1,1[$

$$\frac{1}{\sqrt{1+h^2-2ht}} = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(t) h^n.$$

Aufgabe 11: (4 Punkte)

Beweisen Sie, dass für alle $t \in [-1,1]$ und alle $h \in]-1,1[$

$$\frac{1-h^2}{(1+h^2-2ht)^{3/2}} = \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) h^n P_n(t).$$

Aufgabe 12: (4 Punkte)

Sei $G \in L^2([-1,1])$. Beweisen Sie, dass für alle $\xi \in \Omega$

$$\int_{\Omega} G\left(\xi \cdot \eta\right) \mathrm{d}\omega(\eta) = 2\pi \int_{-1}^{1} G(t) \mathrm{d}t.$$