

Übungen zur Vorlesung  
**Geomathematik**  
Sommersemester 2014  
Blatt 9

Abgabe am **Dienstag, dem 08. Juli 2014** zu Beginn der Vorlesung.

**Aufgabe 33:** (4 Punkte)

Beweisen Sie, dass die Hansenvektoren  $L$ ,  $M$  und  $N$  die folgenden Eigenschaften haben:

- a)  $\operatorname{div} M = 0$ ,  $x \cdot M = 0$ ,
- b)  $x \cdot \operatorname{rot} L = x \cdot \operatorname{rot} N = 0$ .

**Aufgabe 34:** (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass aus dem Separationsansatz  $\varphi(r\xi) = F(r)Y(\xi)$ ;  $r \in \mathbb{R}^+$ ,  $\xi \in \Omega$ ; für den Hansenvektor  $N = \operatorname{rot} L \varphi$  für  $r \in \mathbb{R}^+$  und  $\xi \in \Omega$  folgendes folgt:

$$N(r\xi) = \left( r \frac{d^2}{dr^2} + 2 \frac{d}{dr} + \frac{\omega^2}{\beta^2} r \right) F(r) o_\xi^{(1)} Y(\xi) + \left( \frac{1}{r} + \frac{d}{dr} \right) F(r) o_\xi^{(2)} Y(\xi).$$

**Aufgabe 35:** (4 Punkte)

Beweisen Sie, dass  $L_{n,j} \in c^{(\infty)}(\overline{S_{\text{int}}})$ , gegeben durch

$$L_{n,j}(r\xi) := \frac{d}{dr} G_n(r) y_{n,j}^{(1)}(\xi) + \frac{1}{r} G_n(r) \sqrt{n(n+1)} y_{n,j}^{(2)}(\xi);$$

$r \in \mathbb{R}^+$ ,  $\xi \in \Omega$ ; die Helmholtz-Gleichung  $\Delta L_{n,j} + \frac{\omega^2}{\alpha^2} L_{n,j} = 0$  erfüllt, wenn  $G_n(r) = j_n\left(\frac{\omega}{\alpha} r\right)$  für alle  $r \in \mathbb{R}^+$ .

**Aufgabe 36:** (4 Punkte)

Beweisen Sie, dass  $N_{n,j} \in c^{(\infty)}(\overline{S_{\text{int}}})$ , gegeben durch

$$N_{n,j}(r\xi) := \left( r \frac{d^2}{dr^2} + 2 \frac{d}{dr} + \frac{\omega^2}{\beta^2} r \right) F_n(r) y_{n,j}^{(1)}(\xi) + \left( \frac{1}{r} + \frac{d}{dr} \right) F_n(r) \sqrt{n(n+1)} y_{n,j}^{(2)}(\xi);$$

$r \in \mathbb{R}^+$ ,  $\xi \in \Omega$ ; die Helmholtz-Gleichung  $\Delta N_{n,j} + \frac{\omega^2}{\beta^2} N_{n,j} = 0$  erfüllt, wenn  $F_n(r) = j_n\left(\frac{\omega}{\beta} r\right)$  für alle  $r \in \mathbb{R}^+$ .

An alle Studierenden in einem Bachelor- oder  
Masterstudiengang in Mathematik

Am Montag, den 7. Juli 2014, findet ab 16:00 Uhr im Hörsaal (ENC-D-114) eine Informationsveranstaltung über die Lehrveranstaltungen im Wintersemester 2014/2015 statt. Sie erfahren insbesondere

- was stattfindet,
- welche Vorlesungen worauf aufbauen,
- welche Veranstaltungen für die einzelnen Vertiefungsrichtungen empfohlen werden bzw. verpflichtend sind.

Ich bitte alle Studierenden, an dieser Informationsveranstaltung teilzunehmen.

Prof. Dr. Volker Michel  
Departmentsprecher