

Übungen zur Vorlesung

## Konstruktive Approximation: Fourier-, Spline- und Waveletverfahren

Sommersemester 2017

Blatt 11

Abgabe zu Beginn der Vorlesung am Montag, den 24. Juli 2017.

### Aufgabe 40: (4 Punkte)

Betrachten Sie alle Beispiele für Skalierungsfunktionen aus der Vorlesung und untersuchen Sie die Detailräume, die von den zugehörigen P-Wavelets erzeugt werden. In welchen Fällen sind die Detailräume im  $L^2(\Omega)$ -Sinne orthogonal? (Gehen Sie davon aus, dass  $(\gamma_{j,n})_{j \in \mathbb{N}_0}$  bei der Tykhonov-Philips-Skalierungsfunktion für jedes  $n \in \mathbb{N}_0$  *streng* monoton fallend ist.)

### Aufgabe 41: (4 Punkte)

Sei  $\varphi_0$  eine Erzeugende einer Skalierungsfunktion. Für alle  $J \in \mathbb{N}_0$  sei die Funktion  $b_J : [0, \infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  definiert durch

$$b_J(x) := (\varphi_{J+1}(x))^2 - (\varphi_J(x))^2, \quad x \in \mathbb{R}_0^+.$$

Bestimmen Sie für die Shannon-, die rationale und die Abel-Poisson-Skalierungsfunktion jene  $x$ , für die  $b_J$  jeweils maximal ist.

### Aufgabe 42: (4 Punkte)

Plotten Sie  $\Phi_j(\cos \vartheta)$ ,  $\vartheta \in [-\pi, \pi]$ ,  $j \in \{0, \dots, 3\}$ , für die Shannon-, die cp-, die Abel-Poisson- und die Gauß-Weierstraß-Skalierungsfunktion. Verwenden Sie je Skalierungsfunktion ein Bild.

### Aufgabe 43: (4 Punkte)

Plotten Sie die Shannon-, die cp-, die Abel-Poisson- und die Gauß-Weierstraß-P-Wavelets  $\Psi_j(\cos \vartheta)$ ,  $\vartheta \in [-\pi, \pi]$ , für  $j \in \{0, \dots, 3\}$ .