Universität Siegen
Department Mathematik
AG Geomathematik
Univ.-Prof. Dr. V. Michel
M.Sc. K. Seibert

12. Mai 2017

Übungen zur Vorlesung

Konstruktive Approximation: Fourier-, Spline- und Waveletverfahren

Sommersemester 2017
Blatt 3

Abgabe zu Beginn der Vorlesung am Montag, dem 22. Mai 2017.

Aufgabe 9: (4 Punkte)

Sei $h_0 \in [0,1[$ fest. Für alle $h \in [-h_0, h_0]$ und alle $t \in [-1,1]$ definieren wir

$$\Phi(h) := \sum_{n=0}^{\infty} P_n(t) h^n. \tag{1}$$

a) Zeigen Sie, dass die Reihe in (1) absolut und gleichmäßig (bezüglich t and h) konvergiert.

b) Zeigen Sie, dass Φ die Differentialgleichung

$$\left(1 + h^2 - 2ht\right) \Phi'(h) = (t-h)\Phi(h).$$

erfüllt.

Aufgabe 10: (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass

$$\frac{1}{\sqrt{1+h^2-2ht}} = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(t) h^n$$

für alle $t \in [-1,1]$ und alle $h \in]-1,1[$ gilt.

Aufgabe 11: (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass

$$\frac{1-h^2}{(1+h^2-2ht)^{3/2}} = \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) h^n P_n(t)$$

für alle $t \in [-1,1]$ und alle $h \in]-1,1[$ gilt.

Aufgabe 12: (4 Punkte)

Verwenden Sie den Clenshaw–Algorithmus, um die Funktion

$$F_h(t) := \sum_{n=0}^{1000} P_n(t) h^n, \quad t \in [-1, 1],$$

auf einem äquidistanten Gitter von 400 Punkten für $h \in \{0.1, 0.5, 0.99\}$ zu plotten. Berechnen Sie ferner $F_h(t) - \frac{1}{\sqrt{1+h^2-2ht}}$ auf dem gleichen Gitter in allen drei Fällen.