

Übungen zur Vorlesung

Konstruktive Approximation: Fourier-, Spline- und Waveletverfahren

Sommersemester 2021

Blatt 11

Abgabe bis **Donnerstag, den 15. Juli 2021, 12 Uhr** per E-Mail.

Aufgabe 40: (4 Punkte)

Betrachten Sie alle Beispiele für Skalierungsfunktionen aus der Vorlesung und untersuchen Sie die Detailräume, die von den zugehörigen P-Wavelets erzeugt werden. In welchen Fällen sind die Detailräume im $L^2(\Omega)$ -Sinne orthogonal? (Gehen Sie davon aus, dass $(\gamma_{j,n})_{j \in \mathbb{N}_0}$ bei der Tykhonov-Philips-Skalierungsfunktion für jedes $n \in \mathbb{N}_0$ *streng* monoton fallend ist.)

Aufgabe 41: (4 Punkte)

Sei φ_0 eine Erzeugende einer Skalierungsfunktion. Für alle $J \in \mathbb{N}_0$ sei die Funktion $b_J : [0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$b_J(x) := (\varphi_{J+1}(x))^2 - (\varphi_J(x))^2, \quad x \in \mathbb{R}_0^+.$$

Bestimmen Sie für die Shannon-, die rationale und die Abel-Poisson-Skalierungsfunktion jene x , für die b_J jeweils maximal ist.

Aufgabe 42: (4 Punkte)

Plotten Sie $\Phi_j(\cos \vartheta)$, $\vartheta \in [-\pi, \pi]$, $j \in \{0, \dots, 3\}$, für die Shannon-, die cp-, die Abel-Poisson- und die Gauß-Weierstraß-Skalierungsfunktion. Verwenden Sie je Skalierungsfunktion ein Bild.

Aufgabe 43: (4 Punkte)

Plotten Sie die Shannon-, die cp-, die Abel-Poisson- und die Gauß-Weierstraß-P-Wavelets $\Psi_j(\cos \vartheta)$, $\vartheta \in [-\pi, \pi]$, für $j \in \{0, \dots, 3\}$.