

Übungen zur Vorlesung

## Konstruktive Approximation: Fourier-, Spline- und Waveletverfahren

Sommersemester 2022

Blatt 2

Abgabe zu Beginn der Vorlesung am **Dienstag, den 26. April 2022**

**Aufgabe 5:** (2+1+1=4 Punkte)

Bestimmen Sie die Legendre-Polynome  $P_n$  für die Grade  $n = 0, \dots, 3$

- iterativ mit dem Verfahren aus dem Beweis von Satz 3.1.2,
- mit der Rodriguez-Formel,
- mit der Rekursionsformel.

**Aufgabe 6:** (2+1+1=4 Punkte)

Bestimmen Sie die Jacobi-Polynome  $P_n^{(0,2)}$  für die Grade  $n = 0, \dots, 3$

- iterativ mit dem Verfahren aus dem Beweis von Satz 3.1.2,
- mit der Rodriguez-Formel,
- mit der Rekursionsformel.

**Aufgabe 7:** (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass

$$P_n^{(\alpha,\beta)}(x) = 2^{-n} \sum_{k=0}^n \binom{n+\alpha}{n-k} \binom{n+\beta}{k} (x-1)^k (x+1)^{n-k}$$

gilt. Hinweis: Benutzen Sie die Leibniz-Formel

$$(f \cdot g)^{(n)} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} f^{(n-k)} g^{(k)}, \quad f, g \in C^{(n)}.$$

**Aufgabe 8:**(2+2=4 Punkte)

Entwickeln Sie  $F(x) := x - x^2$  in

- a) Legendre-Polynome,
- b) Jacobi-Polynome  $P_n^{(0,2)}$ .