Universität Siegen
Fakultät IV, Department Mathematik
AG Geomathematik
Univ.-Prof. Dr. V. Michel
M.Sc. R. Telschow

16. Januar 2014

Übungen zur Vorlesung

Konstruktive Approximation: Fourier-, Spline- und Waveletverfahren

Wintersemester 2013/14
Blatt 12

Abgabe zu Beginn der Vorlesung am Donnerstag, den 23. Januar 2014.

Aufgabe 44: (4 Punkte)

Betrachten Sie alle Beispiele für Skalierungsfunktionen aus der Vorlesung und untersuchen Sie die Detailräume, die von den zugehörigen P–Wavelets erzeugt werden. In welchen Fällen sind die Detailräume im $\mathrm{L}^2(\Omega)$–Sinne orthogonal? (Gehen Sie davon aus, dass $(\gamma_{j,n})_{j\in\mathbb{N}_0}$ bei der Tykhonov-Philips-Skalierungsfunktion für jedes $n \in \mathbb{N}_0$ *streng* monoton fallend ist.)

Aufgabe 45: (4 Punkte)

Sei φ_0 eine Erzeugende einer Skalierungsfunktion. Für alle $J \in \mathbb{N}_0$ sei die Funktion $b_J : [0,\infty[\to \mathbb{R}$ definiert durch

$$b_J(x) := (\varphi_{J+1}(x))^2 - (\varphi_J(x))^2, \quad x \in \mathbb{R}_0^+ .$$

Bestimmen Sie für die Shannon–, die rationale und die Abel–Poisson–Skalierungsfunktion jene x, für die b_J jeweils maximal ist.

Aufgabe 46: (4 Punkte)

Plotten Sie $\Phi_j(\cos\vartheta)$, $\vartheta \in [-\pi,\pi]$, $j \in \{0,\ldots,3\}$, für die Shannon–, die cp–, die Abel-Poisson– und die Gauß–Weierstraß–Skalierungsfunktion. Verwenden Sie je Skalierungsfunktion ein Bild.

Aufgabe 47: (4 Punkte)

Plotten Sie die Shannon–, die cp–, die Abel-Poisson– und die Gauß-Weierstraß–P–Wavelets $\Psi_j(\cos\vartheta)$, $\vartheta \in [-\pi,\pi]$, für $j \in \{0,\ldots,3\}$.