Universität Siegen
Fakultät IV, Department Mathematik
AG Geomathematik
Prof. Dr. V. Michel
M.Sc. K. Seibert

02. Juli 2015

Übungen zur Vorlesung

Konstruktive Approximation: Fourier-, Spline- und Waveletverfahren

Sommersemester 2015
Blatt 11

Abgabe zu Beginn der Vorlesung am Freitag, den 10. Juli 2015.

Aufgabe 40: (4 Punkte)

Sei $\gamma : \mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{R}$ stückweise stetig und beschränkt. Ferner existiere eine reelle Zahl $\varepsilon > 0$, so dass

$$\gamma(t) = O(t^{-1-\varepsilon}) \quad \text{für} \quad t \to \infty \tag{1}$$

gilt. Zeigen Sie, dass γ zulässig ist.

Aufgabe 41: (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass (1) nicht aus der Zulässigkeitsbedingung folgt.

Aufgabe 42: (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass die cp-Skalierungsfunktion die Voraussetzungen einer Skalierungsfunktion erfüllt.

Aufgabe 43: (4 Punkte)

Sei $F \in \mathrm{L}^2(\Omega)$ mit $\|F\|_{\mathrm{L}^2(\Omega)} = 1$. Zu F konstruieren wir das Normalenfeld $OF : \eta \mapsto O_\eta F(\eta) := \eta F(\eta)$, $OF : \Omega \to \mathbb{R}^3$. Den Erwartungswert von O, der definiert wird als

$$g_F^O := \int_\Omega (O_\eta F(\eta)) F(\eta)\, d\omega(\eta) = \int_\Omega \eta (F(\eta))^2\, d\omega(\eta),$$

benutzt man, um die so genannte Varianz im Ortsraum wie folgt zu definieren:

$$\sigma_F^O := \int_\Omega ((O_\eta - g_F^O) F(\eta))^2\, d\omega(\eta)\ .$$

a) Zeigen Sie, dass $\sigma_F^O = 1 - (g_F^O)^2$ und folglich $0 \le \sigma_F^O \le 1$ gilt.

b) Bestimmen Sie σ_F^O und g_F^O für $F = Y_{n,j}$.