

Übungen zur Vorlesung
Gewöhnliche Differentialgleichungen
Sommersemester 2021
Blatt 1

Abgabe bis **Dienstag, den 27. April 2021, 12 Uhr** per E-Mail.

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Klassifizieren Sie die folgenden Differentialgleichungen nach Ordnung, Linearität und Homogenität. Geben Sie außerdem an, ob die Gleichungen explizit oder implizit sind.

- (a) $y' + y = 0$
- (b) $u'' + ku' + \omega^2 u = f(t)$; k, ω konstant
- (c) $y = xy' + e^{y'}$
- (d) $u'' = \sin u$

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme:

- (a) $y' = -\frac{x^2}{y^3}$, $y(0) = 1$ bzw. $y(0) = -1$
- (b) $x'(1 + t^2) \sin x - 2t \cos x = 0$, $x(1) = \frac{\pi}{3}$

Aufgabe 3: (4 Punkte)

Beweisen Sie Korollar 2.1.2 aus der Vorlesung:

Sei $f : [c, d] \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ stetig und beschränkt. Dann gilt: Auf ganz $[c, d]$ existiert eine Lösung von $y' = f(x, y)$, $y(x_0) = y_0$ (AWP1) mit beliebig gewählten $x_0 \in [c, d]$ und $y_0 \in \mathbb{R}$.

Benutzen Sie dazu Beweismethoden, die Sie in der Vorlesung kennen gelernt haben.

Aufgabe 4: (4 Punkte)

Lösen Sie das Anfangswertproblem $y' = \sqrt{y}$, $y(0) = 0$ mit dem Separationsansatz. Erhalten Sie so alle Lösungen des Problems?