

Übungen zur Vorlesung  
**Gewöhnliche Differentialgleichungen**  
Sommersemester 2021  
Blatt 1

Abgabe bis **Dienstag, den 27. April 2021, 12 Uhr** per E-Mail.

**Aufgabe 1:** (4 Punkte)

Klassifizieren Sie die folgenden Differentialgleichungen nach Ordnung, Linearität und Homogenität. Geben Sie außerdem an, ob die Gleichungen explizit oder implizit sind.

- (a)  $y' + y = 0$
- (b)  $u'' + ku' + \omega^2 u = f(t)$ ;  $k, \omega$  konstant
- (c)  $y = xy' + e^{y'}$
- (d)  $u'' = \sin u$

**Aufgabe 2:** (4 Punkte)

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme:

- (a)  $y' = -\frac{x^2}{y^3}$ ,  $y(0) = 1$  bzw.  $y(0) = -1$
- (b)  $x'(1 + t^2) \sin x - 2t \cos x = 0$ ,  $x(1) = \frac{\pi}{3}$

**Aufgabe 3:** (4 Punkte)

Beweisen Sie Korollar 2.1.2 aus der Vorlesung:

Sei  $f : [c, d] \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  stetig und beschränkt. Dann gilt: Auf ganz  $[c, d]$  existiert eine Lösung von  $y' = f(x, y)$ ,  $y(x_0) = y_0$  (AWP1) mit beliebig gewählten  $x_0 \in [c, d]$  und  $y_0 \in \mathbb{R}$ .

Benutzen Sie dazu Beweismethoden, die Sie in der Vorlesung kennen gelernt haben.

**Aufgabe 4:** (4 Punkte)

Lösen Sie das Anfangswertproblem  $y' = \sqrt{y}$ ,  $y(0) = 0$  mit dem Separationsansatz. Erhalten Sie so alle Lösungen des Problems?