

Übungen zur Vorlesung
Gewöhnliche Differentialgleichungen
Sommersemester 2021
Blatt 4

Abgabe der Aufgaben 13 bis 15 bis **Dienstag, den 25. Mai 2021, 12 Uhr** per E-Mail.
Abgabe der Aufgabe 16 bis **Dienstag, den 01. Juni 2021, 12 Uhr** per E-Mail.

Aufgabe 13: (4 Punkte)

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$x(y^2 + 1) + y(x^2 + 1)y' = 0.$$

Aufgabe 14: (4 Punkte)

Seien $\alpha \in \mathbb{R}^+$ und $\beta \in [1, +\infty[$. Gegeben sei das Anfangswertproblem

$$\dot{P} = \alpha P^\beta, P(0) = P_0 > 0,$$

das zur Modellierung des Bevölkerungswachstums verwendet wird.

- a) Lösen Sie das Anfangswertproblem.
- b) Zeigen Sie, dass für $\beta > 1$ ein Zeitpunkt T existiert, so dass

$$\lim_{t \rightarrow T} P(t) = +\infty$$

und bestimmen Sie T .

Aufgabe 15: (4 Punkte)

Zeichnen Sie (wahlweise per Hand oder per Computer) das Richtungsfeld von

$$y' = \frac{1}{2y}$$

auf $x \in [1, 4]$, $y \in [1, 2]$ und ermitteln Sie zeichnerisch per Hand (!) näherungsweise die Lösung zum Anfangswert $y(1) = 1$ auf $x \in [1, 4]$.

Aufgabe 16: (4 Punkte)

Geben Sie alle Lösungen von

$$y = xy' - \sqrt{y' - 1}$$

in expliziter Form an.