

Übungen zur Vorlesung  
**Gewöhnliche Differentialgleichungen**  
Sommersemester 2021  
Blatt 8

Abgabe bis **Dienstag, den 29. Juni 2021, 12 Uhr** per E-Mail.

**Aufgabe 29:** (4 Punkte)

Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$\begin{aligned}y^{(5)} - 6y^{(4)} + 16y^{(3)} - 32y'' + 48y' - 32y &= 0, \\y(0) = 1, y'(0) = y''(0) = y^{(3)}(0) = y^{(4)}(0) &= 0\end{aligned}$$

- a) als reelles Problem,
- b) als komplexes Problem.

**Aufgabe 30:** (4 Punkte)

Zeigen Sie: Ist  $I \subset \mathbb{R}$  ein Intervall und  $s \in C^{(\infty)}(I)$ , so ist jede Lösung  $y \in C^{(n)}(I)$  von

$$y^{(n)} + \sum_{j=0}^{n-1} a_j y^{(j)} = s(x);$$

$a_0, \dots, a_{n-1} \in \mathbb{R}$  konstant; in  $C^{(\infty)}(I)$ .

**Aufgabe 31:** (4 Punkte)

Zeigen Sie: Hat in der Differentialgleichung

$$y^{(n)} + \sum_{j=0}^{n-1} a_j y^{(j)} = s(x) \quad (1)$$

die Störfunktion die Gestalt

$$s(x) = P(x)e^{\alpha x}$$

für eine Konstante  $\alpha \in \mathbb{C}$  und ein Polynom  $P$  vom Grad  $m \in \mathbb{N}_0$  mit komplexen Koeffizienten, so führt der Ansatz

$$y(x) = x^\nu Q(x)e^{\alpha x},$$

wobei  $Q$  ein Polynom vom Grad  $\leq m$  und  $\nu$  die Vielfachheit von  $\alpha$  als Nullstelle des charakteristischen Polynoms zu (1) ist ( $\nu = 0$ , falls  $\alpha$  keine Nullstelle ist), stets zu einer partikulären Lösung von (1). (Die Koeffizienten von  $Q$  erhält man hierbei durch Koeffizientenvergleich.)

**Aufgabe 32:** (4 Punkte)

Bestimmen Sie die allgemeine reelle Lösung von

$$y''' - y'' + y' - y = 2e^{\omega x},$$

wobei  $\omega \in \mathbb{R}$  konstant ist.