

## 7 Im Kampf mit der Unendlichkeit — Ausflüge in die TheoMathematik

*Unendlich ist das Göttliche und unbegreiflich; und das Einzige, was von ihm zu begreifen ist, ist seine Unendlichkeit und Unbegreiflichkeit.*

JOHANNES DAMASZENUS (ca. 700 n.Chr.)

*Will man ein kurzes Schlagwort, welches den lebendigen Mittelpunkt der Mathematik trifft, so darf man wohl sagen: sie ist die Wissenschaft vom Unendlichen.*

HERRMANN WEYL (1926)

### 7.1 Nochmals Aristoteles Das Unendliche - Das Kontinuum

*Wenn also viele Dinge sind, so müssen sie notwendig zugleich klein und groß sein: so klein, daß sie keine Größe haben; so groß, daß sie unbegrenzt viele sind.* ZENO VON ELEA (ca. 490-430)

*[U]m schön zu sein, muß ein jedes Ganzes (etwa ein Lebewesen) nicht nur eine bestimmte Anordnung seiner Teile haben, sondern auch eine definite Größe. Schönheit ist eine Frage von Größe und Anordnung und daher unmöglich (...) in einem Geschöpf von extremer Größe* ARISTOTELES Poetik (1450b-51a)

*Es ist aber offensichtlich, daß Unbegrenztes nicht in der Weise von wirklich Seinendem und als Ding und Prinzip vorkommen kann (...) Daß andererseits, wenn es Unbegrenztes überhaupt nicht gibt, viel Unmögliches sich ergibt, ist klar. (...) So bleibt also, daß „unbegrenzt“ nur in der Weise der Möglichkeit vorkommt.* ARISTOTELES (Physik, III)

*Das Kontinuierliche aber ist an sich ein Sichaneinanderreihendes, wenn die Grenze eines jeden von zwei Dingen, mit welcher dieselben sich berühren, Eine und dieselbe wird.* ARISTOTELES (Physik V 3)

*Wenn aber das Kontinuierliche und Sichberührende und das Nächstfolgende sich so verhält, wie wir oben festgestellt haben, nämlich daß kontinuierlich jene Dinge sind, deren äußerste Grenzen Eins sind, sich berührend aber jene, deren äußerste Grenzen örtlich zugleich, und nächstfolgend jene, zwischen welchen Nichts ihnen gleiches liegt, so ist es unmöglich, daß aus Unteilbarem ein Kontinuierliches bestehe, wie z.B. daß eine Linie aus Punkten bestehe, sofern die Linie kontinuierlich und der Punkt unteilbar sind.* ARISTOTELES (Physik VI 1)

### 7.2 Ein Sprung in die Moderne — Georg Cantor

#### 7.2.1 Ein bißchen Mengenlehre

*Unter einer ‘Menge’ verstehen wir jede Zusammenfassung  $M$  von bestimmten wohlunterschiedenen Objekten  $m$  unserer Anschauung oder unseres Denkens (welche die ‘Elemente’ von  $M$  genannt werden) zu einem Ganzen. [Ca-a, p. 282].*

*Frage ich nun, wieviel Quadratzahlen es gibt, so kann man in Wahrheit antworten, eben soviel als es Wurzeln gibt, denn jedes Quadrat hat eine Wurzel, jede Wurzel hat ihr Quadrat,*

kein Quadrat hat mehr als eine Wurzel, keine Wurzel mehr als ein Quadrat. (...) Wenn ich nun aber frage, wieviel Wurzeln gibt es, so kann man nicht leugnen, daß sie ebenso zahlreich seien, wie die gesamte Zahlenreihe, denn es gibt keine Zahl, die nicht Wurzel eines Quadrates wäre. Galileo Galilei (Discorsi, 1638)

### 7.2.2 Das Aktual-Unendliche

So protestire ich (...) gegen den Gebrauch einer unendlichen Größe als einer Vollendeten, welcher in der Mathematik niemals erlaubt ist. Das Unendliche ist nur eine façon de parler, indem man eigentlich von Grenzen spricht, denen gewisse Verhältnisse so nahe kommen, als man will, während andern ohne Einschränkung zu wachsen verstattet ist. CARL FRIEDRICH GAUSS (1777-1855) an Schumacher

Unterliegt es nämlich keinem Zweifel, daß wir die veränderlichen Größen im Sinne des potentiellen Unendlichen nicht missen können, so läßt sich daraus auch die Notwendigkeit des Aktual-Unendlichen folgendermaßen beweisen: Damit eine solche veränderliche Größe in einer mathematischen Betrachtung verwertbar sei, muß strenggenommen das ‘Gebiet’ ihrer Veränderlichkeit durch eine Definition vorher bekannt sein; dieses ‘Gebiet’ kann aber nicht selbst wieder etwas Veränderliches sein, da sonst jede feste Unterlage der Betrachtung fehlen würde; also ist dieses ‘Gebiet’ eine bestimmte aktual-unendliche Wertemenge. So setzt jedes potentiale Unendliche, soll es streng mathematisch verwendbar sein, ein Aktual-Unendliches voraus. Zeitschrift für Philosophie und philosoph. Kritik 1887, [Ca-a, p. 410f]

Es wurde das Aktual-Unendliche (A-U.) nach drei Beziehungen unterschieden: erstens, sofern es in der höchsten Vollkommenheit, im völlig unabhängigen außerweltlichen Sein, in Deo realisiert ist, wo ich es Absolut Unendliches oder kurzweg Absolutes nenne; zweitens, sofern es in der abhängigen, kreatürlichen Welt vertreten ist; drittens, sofern es als mathematische Größe, Zahl oder Ordnungstypus vom Denken in abstracto aufgefaßt werden kann. In den beiden letzten Beziehungen, wo es offenbar als beschränktes, noch weiterer Vermehrung fähiges und insofern dem Endlichen verwandtes A.-U. sich darstellt, nenne ich es Transfinitum und setze es dem Absoluten strengstens entgegen. [Ca-a, p. 378].

Bei allen Philosophen fehlt jedoch das Prinzip des Unterschiedes im Transfinitum, welches zu verschiedenen transfiniten Zahlen und Mächtigkeiten führt. Die meisten verwechseln sogar das Transfinitum mit dem seiner Natur nach unterschiedslosen höchsten Einem, mit dem Absoluten, dem absoluten Maximum, welches natürlich keiner Determination zugänglich und daher der Mathematik nicht unterworfen ist. [Ca-a, p. 391]

### 7.2.3 Inkonsistenz – absolut Unendliches

Die Totalität aller Alephs ist nämlich eine solche, welche nicht als eine bestimmte, wohldefinierte fertige Menge aufgefaßt werden kann. Wäre dies der Fall, so würde auf diese Totalität ein bestimmtes Aleph der Größe nach folgen, welches daher sowohl zu dieser Totalität (als Element) gehören, wie auch nicht gehören würde, was ein Widerspruch wäre. (...) Totalitäten, die nicht als ‘Mengen’ von uns gefaßt werden können (...) habe ich schon vor vielen Jahren

„absolut unendliche“ Totalitäten genannt und sie von den transfiniten Mengen scharf unterschieden. CANTOR an David Hilbert, 26.9. 1897, [Ca-b, p. 388]

Es gibt also *bestimmte Vielheiten, die nicht zugleich Einheiten sind, d.h. solche Vielheiten, bei denen ein reales ‘Zusammensein aller ihrer Elemente’ unmöglich ist. Diese sind es, welche ich ‘inkonsistente Systeme’, die anderen aber ‘Mengen’ nenne.* CANTOR an Dedekind, 28.7. 1899, [Ca-b, p. 448]

*Eine Vielheit kann nämlich so beschaffen sein, daß die Annahme eines ‘Zusammenseins’ aller Elemente auf einen Widerspruch führt, so daß es unmöglich ist, die **Vielheit als Einheit**, als ein ‘fertiges Ding’ aufzufassen. Solche Vielheiten nenne ich absolut unendliche oder inkonsistente Vielheiten.* [Ca-b, p. 443]

*Wäre es nicht denkbar, daß schon diese Vielheiten ‘inkonsistent’ seien, und daß der Widerspruch (...) sich nur noch nicht bemerkbar gemacht hätte? Meine Antwort hierauf ist, daß dies Frage auf endliche Vielheiten ebenfalls auszudehnen ist und daß eine genaue Erwägung zu dem Resultat führt: sogar für endliche Vielheiten ist ein ‘Beweis’ für ihre ‘Konsistenz’ nicht zu führen. (...) Die Tatsache der ‘Konsistenz’ endlicher Vielheiten ist eine einfache, unbeweisbare Wahrheit, es ist ‘Das Axiom der Arithmetik’ (im alten Sinne des Wortes). Und ebenso ist die ‘Konsistenz’ der Vielheiten, denen ich die Alefs als Kardinalzahlen zuspreche ‘das Axiom der erweiterten transfiniten Arithmetik’.* CANTOR an Dedekind, 28.8. 1899, [Ca-b, p. 447f]

*Das Transfinite mit seiner Fülle von Gestaltungen und Gestalten weist mit Notwendigkeit auf ein Absolutes hin, auf das „wahrhaft Unendliche“, (...) welches als absolutes Maximum anzusehen ist. Letzteres übersteigt gewissermaßen die menschliche Fassungskraft und entzieht sich namentlich mathematischer Determination* CANTOR an Eulenburg, 1886.

#### 7.2.4 Cantors theologische Versuche

*Jede Erweiterung unserer Einsicht in das Gebiet des Creatürlich-möglichen muß (...) zu einer erweiterten Gotteserkenntnis führen.* CANTOR an Esser, 15.2. 1896, [Ta, p. 307f].

*Daß wir auf diesem Wege immer weiter, niemals an eine unübersteigbare Grenze, aber auch zu keinem auch nur angenäherten Erfassen des Absoluten gelangen werden, unterliegt für mich keinem Zweifel. Das Absolute kann nur anerkannt, aber nie erkannt, auch nicht annähernd erkannt werden (...) Die absolut unendliche Zahlenfolge erscheint mir daher in gewissem Sinne als ein geeignetes Symbol des Absoluten; wogegen die Unendlichkeit der ersten Zahlenklasse, welche bisher dazu allein gedient hat, mir eben weil ich sie für eine faßbare Idee (nicht Vorstellung halte), wie ein ganz verschwindendes Nichts im Vergleich mit Jener vorkommt.* CANTOR Mathematische Annalen 1879 [Ca-a, p. 205].

*Von mir wird der christlichen Philosophie zum ersten Mal die wahre Lehre vom Unendlichen in ihren Anfängen dargeboten. Ich weiß ganz sicher, daß sie diese Lehre annehmen wird, es fragt sich nur, ob schon jetzt oder erst nach meinem Tode.* CANTOR an Th. Esser, 1.2. 1896, [Ta, p. 312].

Aus dem Paradies, das Cantor uns geschaffen, soll uns niemand vertreiben können. DAVID HILBERT Über das Unendliche, 170.

### 7.2.5 Metaphysik-Kritik

‘Das Unendliche!’ Törless kannte das Wort aus dem Mathematikunterricht. Er hatte sich nie etwas besonderes darunter vorgestellt. (...) Und nun durchzuckte es ihn wie mit einem Schläge, daß an diesem Worte etwas furchtbar Beunruhigendes haften. Es kam ihm vor wie ein gezähmter Begriff, mit dem er täglich seine kleinen Kunststückchen gemacht hatte und der nun plötzlich entfesselt worden war. Etwas über den Verstand Gehendes, Wildes, Vernichtendes schien durch die Arbeit irgendwelcher Erfinder hineingeschläfert worden zu sein und war nun plötzlich aufgewacht und wieder furchtbar geworden. Da, in diesem Himmel, stand es nun lebendig über ihm und drohte und höhnte. ROBERT MUSIL Die Verwirrung des Zöglings Törleß

Gott ist für Nietzsche bzw. für die von ihm bekämpfte Tradition die Mutmaßung der Unendlichkeit. (...) Die Tradition vollzog mithin eine Identifikation der den endlichen Menschen umgebenden Unendlichkeit mit Gott. Die Mutmaßung der Unendlichkeit verdirbt die Endlichkeit des Mutmaßenden. Der Gottesgedanke — immer unter Voraussetzung einer Gott als *id quo maius cogitare nequit* ansetzenden Metaphysik — erregt Schwindel, weil er das Denken zwingt, sich mit einer Höhe zu vergleichen, die ihm selber verwehrt ist. Eine solche Höhe kann das Denken nicht denken, ohne sich selber abzustellen. Der Gottesgedanke ist enervierend. Der schaffende Wille schafft mit der Entgegensetzung der Unendlichkeit zur Endlichkeit Gott selber ab und entwirft sich seinerseits als Wille zum das endliche Ich übersteigenden Über-Ich. EBERHARDT JÜNGEL Gott als Geheimnis der Welt, Tübingen 1977.

## 8 Die Mathematisierung der Welt — Der wissenschaftliche Determinismus

### 8.1 Die mathematische Struktur

1. Gegenstand der Untersuchung ist die **Bewegung** eines **Systems** in der **Zeit**.
2. Die **Zeit** wird dabei als ein aus einzelnen Zeitpunkten bestehendes, eindimensionales, homogenes, geordnetes Kontinuum<sup>1</sup>  $\mathcal{T}$ , dargestellt, wobei sich der Abstand zwischen zwei Zeitpunkten als „Differenz“ messen läßt. Mathematisch:  $\mathcal{T}$  wird mit  $\mathbb{R}$  identifiziert.
3. Das zur Betrachtung stehende **System** wird durch eine Menge  $\mathcal{Z}$  — den **Zustandsraum** — von wohlunterschiedenen **Zuständen**  $z \in \mathcal{Z}$  charakterisiert, deren zeitliche

---

<sup>1</sup> „Der Widersinn dieser kühnen Begriffsbildungen der abstrakten Wissenschaften wird, wenn möglich noch greifbarer, wenn wir (...) die Zeit betrachten. Eine unendliche Zahl wirklicher Zeiteile, die einander folgen und einer nach dem anderen vergehen, scheint ein so offener Widerspruch zu sein, daß man wohl keinem, dessen Urteil durch die Wissenschaften nicht verdorben, anstatt verbessert worden ist, zutrauen sollte, ihn anzunehmen.“ DAVID HUME (1711-1776) [Hu, S. 18].

Abfolge bestimmt werden soll. Die Menge aller möglichen Zustände, die ein System einnehmen kann, ist von vornherein festgelegt.

4. Die **Bewegung** des Systems ist durch die zeitliche Abfolge von Zuständen beschrieben, also durch eine Funktion  $\mathcal{T} \ni t \mapsto z(t) \in \mathcal{Z}$ , die jedem Zeitpunkt  $t \in \mathcal{T}$  genau einen Zustand  $z(t) \in \mathcal{Z}$  zuordnet.
5. Zu jedem beliebig vorgegebenen Paar von Anfangszeitpunkt  $t_0$  und Anfangszustand  $z_0$  gibt es genau eine (dann *notwendig* festliegende) Bewegung  $z_{t_0, z_0} : \mathcal{T} \rightarrow \mathcal{Z}$ , die zur Zeit  $t_0$  durch den Zustand  $z_0$  verläuft ( $z_{t_0, z_0}(t_0) = z_0$ ).
6. Das System heißt **autonom**, wenn der Zustand  $z_1 = \Phi(t, s)z_0$  zur Zeit  $t \in \mathbb{R}$  nur vom Zustand  $z_0 \in \mathcal{Z}$  zur Zeit  $s \in \mathbb{R}$  und der *Zeitdifferenz*  $\tau = t - s$  abhängt.

**Theorem 1** *Ein deterministisches, autonomes System wird charakterisiert durch einen Zustandsraum  $\mathcal{Z}$  und eine Familie von Abbildungen  $T_\tau : \mathcal{Z} \rightarrow \mathcal{Z}$ ,  $\tau \in \mathbb{R}$ , die jedem Anfangszustand  $z_0$  den nach einer Zeitspanne  $\tau$  erreichten Zustand  $T_\tau(z_0)$  zuordnet; für diese gilt*

$$\begin{aligned} T_\tau \circ T_\sigma &= T_{\tau+\sigma}, & \forall \tau, \sigma \in \mathbb{R} \\ T_0 &= Id_{\mathcal{Z}}. \end{aligned}$$

## 8.2 Determinismus ist ontisch Vorhersagbarkeit ist epistemisch

*Many physicists and philosophers do not make the important distinction between determinism and the concept of predictability, and thereby commit a category mistake by claiming that determinism implies the possibility of prediction the future course of the universe. (...) That is, determinism does not deal with predictions. HANS PRIMAS (2000) [AB, p. 90].*

*The history of philosophy is littered with examples where ontology and epistemology have been stirred together into a confused and confusing brew. JOHN EARMAN (1986)*

## 8.3 Determinismus in der mathematischen Naturwissenschaft von Newton bis Einstein

### 8.3.1 Isaac Newton — Gottfried Wilhelm Leibniz

*Die sechs Hauptplaneten bewegen sich um die Sonne in Kreisen, welche um die letztere konzentrisch sind, sie befinden sich sehr nahe in derselben Ebene, und ihre Bewegungen haben dieselbe Richtung. Die zehn Monde, welche sich um die Erde, den Jupiter und den Saturn in Kreisen drehen, die um diese Planeten konzentrisch sind, bewegen sich in derselben Richtung und sehr nahe in den Ebenen dieser Planetenbahnen. Alle diese so regelmäßigen Bewegungen entspringen nicht aus mechanischen Ursachen, da die Kometen sich in sehr exzentrischen Bahnen und nach allen Gegenden des Himmels frei bewegen. (...) Ferner sieht man, daß derjenige, welcher diese Welt eingerichtet hat, die Fixsterne in ungeheure Entfernungen von*

einander gestellt hat, damit diese Kugeln nicht, vermöge ihrer Schwerkraft, aufeinander fallen. Diese bewunderungswürdige Einrichtung der Sonne, der Planeten und Kometen hat nur aus dem Ratschlusse und der Herrschaft eines alles einsehenden und allmächtigen Wesens hervorgehen können. ISAAC NEWTON, (1643-1727) [Sa, S. 397f].

Die blinde metaphysische Notwendigkeit, welche stets und überall dieselbe ist, kann keine Veränderung der Dinge hervorbringen; die ganze, in bezug auf Zeit und Ort herrschende Verschiedenheit der Dinge kann nur von dem Willen und der Weisheit eines notwendig existierenden Wesens herrühren. Dieses unendliche Wesen beherrscht alles, nicht als Weltseele, sondern als Herr aller Dinge. Wegen dieser Herrschaft pflegt unser Herr Gott Pantokrator, d.h. der Herr über Alles genannt zu werden. I. NEWTON, [Sa, S. 397f].

Newton und seine Anhänger haben außerdem noch eine recht sonderbare Meinung von dem Wirken Gottes. Nach ihrer Ansicht muß Gott von Zeit zu Zeit seine Uhr aufziehen, — sonst bliebe sie stehen. Er hat nicht genügend Einsicht besessen, um ihr eine immerwährende Bewegung zu verleihen. Der Mechanismus, den er geschaffen, ist nach ihrer Ansicht sogar so unvollkommen, daß er ihn von Zeit zu Zeit durch einen außergewöhnlichen Eingriff ummodellieren und selbst ausbessern muß, wie ein Uhrmacher sein Werk. (...) Meiner Anschauung nach besteht im Ganzen der Welt stets dieselbe Kraft und Tätigkeit fort; sie geht nur gemäß den Gesetzen der Natur und der erhabenen prästabilierten Ordnung von Materie zu Materie über. GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ (1646-1716) [Le1a, S. 121].

Wenn man sich die Welt als eine große Maschine vorstellt, die — wie eine Uhr ohne Hilfe des Uhrmachers — ohne den Eingriff Gottes weiter geht, so führt dies zum Materialismus und Fatalismus und zielt — unter dem Vorwand, Gott zu einem überweltlichen Verstandeswesen zu machen — darauf ab, die göttliche Vorsehung und Leitung tatsächlich aus der Welt zu verbannen. Denn ebenso wie sich der Philosoph hier alle Dinge, vom Anbeginn der Schöpfung an, ohne die Herrschaft oder Leitung der Vorsehung in beständigem Fortgang denkt, kann ein Skeptiker noch weiter zurückgehen und behaupten, die Dinge hätten, wie jetzt, so auch von Ewigkeit an ohne eine wahrhafte Erschaffung und ohne ursprünglichen Schöpfer ihren Lauf genommen: nur von der allweisen und ewigen Natur, wie solche Vernünftler es nennen, geleitet. SAMUEL CLARKE (1675-1729) [Le1a, S. 123].

Wenn im Universum durch die natürlichen Gesetze, die Gott gegeben hat, die tätige Kraft abnehme, sodaß, um sie zu ersetzen, ein neuer Anstoß nötig wäre, wie bei einem Handwerker, der der Unvollkommenheit seiner Maschine abhilft, so wäre dies eine Unordnung nicht nur mit Bezug auf uns, sondern auch mit Bezug auf Gott selbst. Er konnte dem zuvorkommen und seine Maßregeln besser treffen, um einen derartigen Übelstand zu vermeiden: also hat er es auch wirklich getan. LEIBNIZ [Le1a, S. 138].

Nimmt man an, daß die Seele bei der selbsttätigen tierischen Bewegung der Materie keine neue Bewegung und keinen Anstoß verleiht, sondern alles durch bloßen mechanischen Antrieb der Materie zustande kommt, so ist damit der Gang der Dinge gänzlich auf eine fatalistische Notwendigkeit zurückgeführt. Jede Tätigkeit teilt dem Objekt, auf das sie sich richtet, eine neue Kraft mit; sie wäre sonst nicht wahrhafte Tätigkeit, sondern ein bloß passives Verhalten, wie dies z.B. bei der mechanischen, unbeseelten Übertragung der Bewegung der Fall ist. Ist

daher die Mitteilung neuer Kraft etwas Übernatürliches, dann ist jede Tätigkeit Gottes übernatürlich, und er somit von der Herrschaft über die Natur völlig ausgeschlossen. Auch eine jede menschliche Tätigkeit müßte dann entweder übernatürlich heißen oder aber der Mensch als eine bloße Maschine, wie eine Uhr, angesehen werden. CLARKE [Le1a, S. 161f].

### 8.3.2 Pierre Simon de Laplace

*Ich kann nicht umhin zu bemerken, wie sehr sich in diesem Punkt Newton von der Methode entfernt hat, die es sonst so geschickt angewendet hat. (...) Am Ende seiner Optik äußert er den gleichen Gedanken, und er sähe sich darin noch mehr bestätigt, wenn ihm bekannt gewesen wäre, was wir bewiesen haben, nämlich, daß die Bedingungen für die Anordnung der Planeten und Satelliten genau jene sind, die auch deren Stabilität sichern. (...) „Ein blindes Schicksal“, sagt er „konnte niemals alle Planeten sich so bewegen lassen, abgesehen von einigen kaum wahrnehmbaren Abweichungen, welche von der gegenseitigen Beeinflussung herrühren können und die wahrscheinlich mit der Zeit einmal größer werden, bis dieses System schließlich von seinem Urheber wieder in Ordnung gebracht werden muß.“ Kann aber diese Anordnung der Planeten nicht selbst ein Resultat der Bewegungsgesetze sein?*

PIERRE SIMON DE LAPLACE (1749 - 1827), [Sa, S. 454].

*Alle Ereignisse, selbst jene, welche wegen ihrer Geringfügigkeit scheinbar nichts mit den großen Naturgesetzen zu tun haben, folgen aus diesen mit derselben Notwendigkeit wie die Umläufe der Sonne. In Unkenntnis ihres Zusammenhanges mit dem Weltganzen ließ man sie, je nachdem sie mit Regelmäßigkeit oder ohne sichtbare Ordnung eintraten und aufeinanderfolgten, entweder von Endzwecken oder vom Zufall abhängen; aber diese vermeintlichen Ursachen wurden in dem Maße zurückgedrängt, wie die Schranken unserer Kenntnis sich erweiterten, und sie verschwinden völlig vor der gesunden Philosophie, welche in ihnen nichts als den Ausdruck unserer Unkenntnis der wahren Ursachen sieht. Die gegenwärtigen Ereignisse sind mit den vorangehenden durch das evidente Prinzip verknüpft, daß kein Ding ohne erzeugende Ursache entstehen kann. Dieses Axiom, bekannt unter dem Namen des Prinzips vom zureichenden Grunde, erstreckt sich auch auf die Handlungen, die man für gleichgültig hält. Der freieste Wille kann sie nicht ohne ein bestimmendes Motiv hervorbringen; denn wenn er unter vollkommen ähnlichen Umständen das eine Mal handelte und das andere Mal sich der Handlung enthielte, dann wäre seine Wahl eine Wirkung ohne Ursache: sie wäre dann, wie Leibniz sagt, der blinde Zufall der Epikuräer. Die gegenteilige Meinung ist eine Täuschung des Geistes, der die flüchtigen Gründe, welche die Wahl des Willens bei gleichgültigen Dingen bestimmen, aus dem Auge verliert und sich einredet, daß der Wille sich durch sich selbst und ohne Motiv bestimmt hat. P. S. LAPLACE, [Sa, S. 462].*

*Wir müssen also den gegenwärtigen Zustand des Weltalls als die Wirkung seines früheren und als die Ursache des folgenden Zustands betrachten. Eine Intelligenz, welche für einen gegebenen Augenblick alle in der Natur wirkenden Kräfte sowie die gegenseitige Lage der sie zusammensetzenden Elemente kannte und überdies umfassend genug wäre, um diese gegebenen Größen der Analysis zu unterwerfen, würde in derselben Formel die Bewegungen der größten Weltkörper wie des leichtesten Atoms umschließen; nichts würde ihr ungewiß sein, und Zukunft wie Vergangenheit würden ihr offen vor Augen liegen. Der menschliche Geist bietet*

in der Vollendung, die er der Astronomie zu geben verstand, ein schwaches Abbild dieser Intelligenz dar. P. S. LAPLACE, [Sa, S. 462].

### 8.3.3 Emil du Bois–Reymond

[E]s läßt sich eine Stufe der Naturerkenntnis denken, auf welcher der ganze Weltvorgang durch Eine mathematische Formel vorgestellt würde, durch Ein unermessliches System simultaner Differentialgleichungen, aus dem sich Ort, Bewegungsrichtung und Geschwindigkeit jedes Atoms im Weltall zu jeder Zeit ergäbe. EMIL DU BOIS–REYMOND (1818-1896) [Du1, S. 443].

Setzte er in der Weltformel  $t = -\infty$ , so enthüllte sich ihm der rätselhafte Urzustand der Dinge. Er sähe im unendlichen Raume die Materie schon entweder bewegt, oder ruhend und ungleich verteilt, da bei gleicher Verteilung das labile Gleichgewicht nie gestört worden wäre. Ließe er  $t$  im positiven Sinn unbegrenzt wachsen, so erführe er, nach wie langer Zeit Carnots Satz das Weltall mit eisigem Stillstand bedroht. [Du1, S. 443].

Die astronomische Kenntnis des Gehirns, die höchste, die wir davon erlangen können, enthüllt uns darin nichts als bewegte Materie. Durch keine zu ersinnende Anordnung oder Bewegung materieller Teilchen aber läßt sich eine Brücke ins Reich des Bewußtseins schlagen. (...) Die neben den materiellen Vorgängen im Gehirn einhergehenden geistigen Vorgänge entbehren also für unseren Verstand des zureichenden Grundes. Sie stehen außerhalb des Kausalgesetzes, und schon darum sind sie nicht zu verstehen, (...) so wenig, wie ein mobile perpetuum es wäre. Es ist durchaus und für immer unbegreiflich, daß es einer Anzahl von Kohlenstoff-, Wasserstoff-, Stickstoff-, Sauerstoff-, usw. Atomen nicht sollte gleichgültig sein, wie sie liegen und sich bewegen, wie sie lagen und sich bewegten, wie sie liegen und sich bewegen werden. (...) Es ist also grundsätzlich unmöglich, durch irgendeine mechanische Kombination zu erklären, warum ein Akkord König'scher Stimmgabeln mir wohl-, und warum die Berührung mit glühendem Eisen mir wehtut. Kein mathematisch überlegener Verstand könnte aus astronomischer Kenntnis des materiellen Geschehens in beiden Fällen a priori bestimmen, welcher der angenehme und welcher der schmerzhafteste Vorgang ist. [Du1, S. 457f].

Die Erhaltung der Energie besagt, daß so wenig wie Materie, jemals Kraft entsteht oder vergeht. Der Zustand der ganzen Welt, auch eines menschlichen Gehirnes, in jedem Augenblick ist die unbedingte mechanische Wirkung des Zustandes im vorhergehenden Augenblick, und die unbedingte mechanische Ursache des Zustandes im nächstfolgenden Augenblick. (...) Die Hirnmolekeln können stets nur auf bestimmte Weise fallen, so sicher wie Würfel, nachdem sie den Becher verließen. Wiche eine Molekel ohne zureichenden Grund aus ihrer Lage oder Bahn, so wäre das ein Wunder so groß als bräche der Jupiter aus seiner Ellipse und versetzte das Planetensystem in Aufruhr. Wenn nun, wie der Monismus es sich denkt, unsere Vorstellungen und Strebungen, also auch unsere Willensakte, zwar unbegreifliche, doch notwendige und eindeutige Begleiterscheinungen der Bewegungen und Umlagerungen unserer Hirnmolekeln sind, so leuchtet ein, daß es keine Willensfreiheit gibt; dem Monismus ist die Welt ein Mechanismus, und in einem Mechanismus ist kein Platz für Willensfreiheit. [Du2, S. 82].

Aber auch der entschlossenste Monist vermag den ernsteren Forderungen des praktischen Lebens gegenüber die Vorstellung nur schwer festzuhalten, daß das ganze menschliche Dasein

nichts sei als eine Fable convenue, in welcher mechanische Notwendigkeit dem Cajus die Rolle des Verbrechers, dem Sempronius die des Richters erteilte, (...) [Du2, S. 86].

Die Schriften der Metaphysiker bieten eine lange Reihe von Versuchen, Willensfreiheit und Sittengesetz mit mechanischer Weltordnung zu versöhnen. Wäre Einem, etwa Kant, diese Quadratur wirklich gelungen, so hätte wohl die Reihe ein Ende. So unsterblich pflegen nur unbesiegbare Probleme zu sein. [Du2, S. 87].

### 8.3.4 Niels Bohr — Albert Einstein

[Durch die Ergebnisse der Quantenmechanik werden wir zu der](...) Erkenntnis geführt, daß die Zweckmäßigkeit unserer durch die Kausalitätsforderung gekennzeichneten Einstellung bedingt ist durch die Kleinheit des Wirkungsquantums im Verhältnis zu den Wirkungen, mit denen wir es bei den gewöhnlichen Erscheinungen zu tun haben. NIELS BOHR (1885-1962)

(...) darf ich vielleicht hier auf die eigentümliche Parallelität (...) hinweisen, welche zwischen der erneuten Diskussion über die Gültigkeit des Kausalitätsgesetzes und den seit den ältesten Zeiten fortdauernden Diskussionen über die Freiheit des Willens besteht. Während die Willensfreiheit die Erlebnisform der Subjektivität darstellt, ist die Kausalität die Anschauungsform für die Einordnung der Sinneswahrnehmungen. Gleichzeitig handelt es sich aber auf beiden Gebieten um Idealisationen, deren natürliche Begrenzungen näher untersucht werden kann, und die einander in dem Sinne bedingen, daß Willensgefühl und Kausalitätsforderung gleich unentbehrlich sind in dem Verhältnis zwischen Subjekt und Objekt, das den Kern des Erkenntnisproblems bildet. BOHR [Sa, S. 698].

Der Forscher aber ist von der Kausalität allen Geschehens durchdrungen. Die Zukunft ist ihm nicht minder notwendig und bestimmt wie die Vergangenheit. (...) Das Moralische ist ihm keine göttliche, sondern eine rein menschliche Angelegenheit. Seine Religiösität liegt im verzückten Staunen über die Harmonie der Naturgesetzlichkeit, in der sich eine so überlegene Vernunft offenbart, daß alles Sinnvolle menschlichen Denkens und Anordnens dagegen ein gänzlich nichtiger Abglanz ist. Dies Gefühl ist das Leitmotiv seines Lebens und Strebens, (...) ALBERT EINSTEIN (1879-1955) [Ei, S. 18].

An Freiheit des Menschen im philosophischen Sinne glaube ich keineswegs. Jeder handelt nicht nur unter äußerem Zwang, sondern auch gemäß innerer Notwendigkeit. Schopenhauers Spruch: 'ein Mensch kann zwar tun, was er will, aber nicht wollen, was er will', hat mich seit meiner Jugend lebendig erfüllt. [Ei, S. 7].

## 8.4 Die philosophische Reflexion: Der Wandel des Objektbegriffs von Leibniz bis Kant

Die Antwort auf das Kausalproblem, die eine naturwissenschaftliche Erkenntnislehre uns gibt, steht niemals für sich allein, sondern sie beruht stets auf einer bestimmten Annahme über den naturwissenschaftlichen Objektbegriff. Beide Momente greifen unmittelbar ineinander ein und bedingen sich wechselseitig. ERNST CASSIRER (1874-1945) [Ca1, S. 138].

#### 8.4.1 Metaphysik: Leibniz-Clarke

*Alles [geht] mathematisch, d.i. ohnfehlbar in der ganzen weiten Welt [zu], so gar, daß wenn einer eine genugsame Insicht in die inneren Teile der Dinge haben könnte, und dabei Gedächtnis und Verstand genug hätte, um alle Umstände vorzunehmen und in Rechnung zu bringen, würde er ein Prophet sein, und in dem Gegenwärtigen das Zukünftige sehen, gleichsam als in einem Spiegel.* LEIBNIZ [Le1b, S. 129].

*Es gibt bezüglich der Freiheit in der Philosophie nur eine einzige wahrhafte Frage: liegen die unmittelbaren physischen Ursachen oder das Prinzip des Handelns tatsächlich in dem Subjekt, das wir als tätig bezeichnen, oder aber in einem anderen zureichenden Grunde, der durch seine Einwirkung auf das Subjekt die reale Ursache der Handlung ist, und dieses somit nicht als tätig, sondern als leidend erscheint.* CLARKE [Le1a, S. 217].

*Die natürlichen Kräfte der Körper sind ganz den mechanischen Gesetzen, die der Geister dagegen gänzlich den moralischen Gesetzen unterworfen. Die ersten folgen der Ordnung der wirkenden Ursachen; die letzteren der Ordnung der Zweckursachen. Jene wirken ohne Freiheit, einem Uhrwerk vergleichbar, diese dagegen wirken frei, obgleich sie genau mit jener Art von Urwerk, das ihnen eine andere, höhere, freiwirkende Ursache im voraus angepaßt hat, übereinkommen.* LEIBNIZ [Le1a, S. 212].

*Ist nämlich die prästabilisierte Harmonie richtig, so sieht, hört und fühlt der Mensch nicht in Wirklichkeit, noch bewegt er seinen Körper: — er träumt nur, er sehe, höre, fühle und bewege seinen Körper. Hat man indessen einmal der Welt glauben gemacht, daß der menschliche Körper eine bloße Maschine ist, und alle seine scheinbar willkürlichen Bewegungen allein aus den notwendigen Gesetzen des körperlichen Mechanismus erfolgen, ohne daß der geringste Einfluß oder die geringste Wirksamkeit der Seele auf den Körper vorhanden ist, so wird man daraus bald den Schluß ziehen, daß diese Maschine der ganze Mensch, und die harmonische Seele, wie sie bei der Hypothese der prästabilisierten Harmonie angenommen wird, eine bloße Erdichtung und ein Traumbild ist.* S. CLARKE [Le1a, S. 237].

#### 8.4.2 Skepsis: David Hume

*Solange wir nicht einen befriedigenden Grund angeben können, warum wir nach tausend Erfahrungstatsachen glauben, daß ein Stein fallen oder ein Feuer brennen wird — können wir uns da mit irgend einer bestimmten Anschauung zufrieden geben, die wir über den Ursprung der Welten und den Zustand der Natur von Ewigkeit zu Ewigkeit bilden mögen?* DAVID HUME (1711-1776) [Hu, S. 190].

*Daß die Sonne morgen nicht aufgehen wird, ist ein nicht minder verständlicher Satz und nicht widerspruchsvoller, als die Behauptung daß sie aufgehen werde.* D. HUME [Hu, S. 36].

*Wenn einer um Mittag seine goldgefüllte Börse auf dem Pflaster von Charing-Cross zurückläßt, so kann er ebensogut erwarten, sie werde wie eine Feder davon fliegen, wie daß er sie nach einer Stunde unberührt wiederfinden werde.* HUME [Hu, S. 108].

*Wir finden hier also eine Art prästabilisierte Harmonie zwischen dem Laufe der Natur und*

der Abfolge unserer Vorstellungen; und obgleich die Macht und die Kräfte, welche den ersteren regieren, uns völlig unbekannt sind, so haben doch unserer Gedanken und Vorstellungsbilder, wie wir sehen, dieselbe Bahn verfolgt wie die anderen Naturwerke. Die Gewohnheit ist dasjenige Prinzip, durch welches diese Übereinstimmung bewirkt wurde, die so notwendig zur Erhaltung unserer Art und zur Regelung unseres Verhaltens in allen Lagen und Vorkommnissen des menschlichen Lebens. (...) Es entspringt mehr der üblichen Weisheit der Natur, einen so notwendigen Akt des Geistes durch einen Instinkt oder eine mechanische Tendenz sicherzustellen; denn diese kann unfehlbar in ihrer Wirksamkeit sein, kann sich beim ersten Auftreten des Lebens und Denkens zeigen und unabhängig von all den mühsam erarbeiteten Deduktionen des Verstandes bleiben. HUME [Hu, S. 69].

Denn die Wirkung ist von der Ursache ganz und gar verschieden und kann folglich niemals in dieser entdeckt werden. Die Bewegung der zweiten Billardkugel ist ein völlig verschiedenes Ereignis von der Bewegung der ersten; auch ist in der einen nichts enthalten, das die leiseste Andeutung der anderen lieferte. [Hu, S. 39].

Ebensowenig ist die Geometrie, wenn die Naturwissenschaft sie zu Hilfe nimmt, jemals imstande, diesem Mangel abzuhelfen, oder uns zur Kenntnis letzter Ursachen zu führen, trotz aller Genauigkeit in ihrem Gedankengang, die man mit Recht von ihr rühmt. Jeder Teil der angewandten Mathematik geht von der Annahme aus, daß die Natur ihren Vorgängen gewisse Gesetze zugrunde legt; (...) doch die Entdeckung des Gesetzes selbst verdankt man der Erfahrung und alle abstrakte Denkkakte der Welt könnten uns auch keinen Schritt diesem Wissen näherbringen. HUME [Hu, S. 41f].

### 8.4.3 Kritik: Immanuel Kant

Nach dem entscheidenden Fortschritt, der durch Hume und Kant in der Analyse des Kausalproblems erreicht worden ist, [ist es] nicht länger möglich (...), die Kausalrelation als eine einfache Beziehung zwischen Dingen aufzufassen, und sie in diesem Sinne sei es beweisen, sei es widerlegen zu wollen. CASSIRER [Ca1, S. 154].

(...) einmal, sofern es zur Sinnenwelt gehört, unter Naturgesetzen (...), zweitens als zur intelligiblen Welt gehörig, unter Gesetzen, die von der Natur unabhängig, nicht empirisch, sondern bloß in der Vernunft gegründet sind.<sup>2</sup>

Nun wollen wir annehmen, die durch unsere Kritik notwendiggemachte Unterscheidung der Dinge, als Gegenstände der Erfahrung, von eben denselben, als Dingen an sich selbst, wäre gar nicht gemacht, so müßte der Grundsatz der Kausalität und mithin der Naturmechanismen in Bestimmung derselben durchaus von allen Dingen überhaupt als wirkenden Ursachen gelten. Von eben demselben Wesen also, z.B. der menschlichen Seele, würde ich nicht sagen können, ihr Wille sei frei, und er sei doch zugleich der Naturnotwendigkeit unterworfen, d.i. nicht frei, ohne in einen offenbaren Widerspruch zu geraten; weil ich die Seele in beiden Sätzen in eben derselben Bedeutung, nämlich als Ding überhaupt (als Sache an sich selbst) genommen habe, und, ohne vorhergehende Kritik auch nicht anders nehmen konnte. (...) so wird eben derselbe

---

<sup>2</sup>Grundlegung zur Metaphysik der Sitten, 3. Abschnitt (IV,318)

*Wille in der Erscheinung (den sichtbaren Handlungen) als dem Naturgesetz notwendig gemäß und so fern nicht frei, und doch andererseits, als einem Dinge an sich selbst angehörig, jenem nicht unterworfen, mithin als frei gedacht, ohne daß hiebei ein Widerspruch vorgeht. KrV, BXXVIIIf*

*Kraft dieser Lehre kann Kant strenger empirischer Determinist bleiben und nichtsdestoweniger behaupten, daß eben diese empirische Determination den Weg freiläßt für eine prinzipiell- andere Form der Bestimmung, die er als die Bestimmung durch das Sittengesetz oder als die reine Autonomie des Willens bezeichnet. Beides schließt sich im Kantischen System nicht aus, sondern fordert und bedingt sich wechselseitig (...) [Ca1, S. 154].*

*Sie [die Naturforscher] begriffen daß die Vernunft nur das einsieht, was sie selbst nach ihrem Entwurfe hervorbringt (...). daß sie mit Prinzipien ihrer Urteile nach beständigen Gesetzen vorgehen und die Natur nötigen müsse, auf ihre Fragen zu antworten, nicht aber sich von ihr allein gleichsam am Leitbände gängeln lassen müsse; (...) Die Vernunft muß mit ihren Prinzipien, nach denen allein übereinkommende Erscheinungen für Gesetze gelten können, in einer Hand, und mit dem Experiment, das sie nach jenen ausdachte, in der anderen, an die Natur gehen, zwar um von ihr belehrt zu werden, aber nicht in der Qualität eines Schülers, der sich alles vorsagen läßt, was der Lehrer will, sondern eines bestellten Richters, der die Zeugen nötigt, auf die Fragen zu antworten, die er ihnen vorlegt. Und so hat sogar Physik die so vorteilhafte Revolution ihrer Denkart lediglich dem Einfalle zu verdanken, demjenigen, was die Vernunft selbst in die Natur hineinlegt, gemäß, dasjenige in ihr zu suchen (nicht ihr anzudichten), was sie von dieser lernen muß, und wovon sie für sich selbst nichts wissen würde. KrV, B XIVf*

## Literatur

### □ Quellen

- [Arc] ARCHIMEDES: Werke. Wiss. Buchges., Darmstadt 1983.
- [Ari] ARISTOTELES: Philosophische Schriften. Meiner, Hamburg 1995.
- [ArPh] ARISTOTELES: Physik. Vorlesung über die Natur. Hamburg, 1995.
- [Be] OSKAR BECKER: Grundlagen der Mathematik in geschichtlicher Entwicklung. Suhrkamp, Frankfurt 1975.
- [Bü] WILHELM BÜTTEMEYER: (Hg.): Philosophie der Mathematik. Alber, Freiburg 2003.
- [Ca-a] GEORG CANTOR: „Gesammelte Abhandlungen.“ Hg. von E. Zermelo. Georg Olms, Hildesheim 1962.
- [Ca-b] GEORG CANTOR: Briefe. Hg. von H. Meschkowski und W. Nilson. Springer-Verlag, Berlin 1991.
- [Di] DIOGENES LAERTIUS: Leben und Meinungen berühmter Philosophen. Übersetzung von Otto Apelt. Meiner, Hamburg 2008.

- [Pl-Me] PLATON: Menon. (Griech.-Dt. Übers. u. hrsg. Margarita Kranz). Reclam, Leipzig 1994.
- [Pl-We] PLATON: Sämtliche Werke. (Übers. v. Friedrich Schleiermacher). Rowohlt, Reinbek 1970.
- [Pl] PLATON: Werke. (In acht Bänden; griechisch und deutsch. Hrsg. von Gunther Eigler). Wiss. Buchges., Darmstadt 1970.
- [Se-a] SEXTUS EMPIRICUS: Grundzüge der Pyrrhonischen Skepsis. Suhrkamp, Frankfurt 1968.
- [Se-b] SEXTUS EMPIRICUS: Gegen die Wissenschaftler. Buch 1-6. Königshausen und Neumann, Würzburg 2001.

### Sekundärliteratur

- [AB] H. ATMANSPACHER, R. BISHOP (HG.): Between Chance and Choice. Thorverton 2002.
- [Br] JAMES ROBERT BROWN: Philosophy of Mathematics. Routledge 1999.
- [Bu] M. F. BURNEYAT: *Plato on Why Mathematics is Good for the Soul*. In: T. Smiley (Hg.): Mathematics and Necessity. Oxford University Press, New York 2000, pp. 1-82.
- [Ca1] E. CASSIRER: „*Determinismus und Indeterminismus in der modernen Physik*“ In: E. Cassirer: „Zur modernen Physik.“ Darmstadt 1994.
- [Da-He] PHILIP J. DAVIS, REUBEN HERSH: The Mathematical Experience. Birkhäuser, Boston 1981.
- [Du1] E. DU BOIS-REYMOND: Reden in zwei Bänden. Band I. Leipzig, 1912.
- [Du2] E. DU BOIS-REYMOND: Reden in zwei Bänden. Band II. Leipzig, 1912.
- [Ei] A. EINSTEIN: „Mein Weltbild.“ Berlin 1988.
- [Gl] KLAUS GLASHOFF: *Aristotelische Logik und monadische Prädikatenlogik*. In: M. Hykšová et al. (ed.): Wanderings through mathematics. Meeting on the history of mathematics. Augsburg, Rauner Verlag. Algorismus **53**, (2006), 91-101.
- [Ha] IAN HACKING: *What Mathematics Has Done to Some and Only Some Philosophers*. In: T. Smiley (Hg.): Mathematics and Necessity. Oxford University Press, New York 2000, pp. 83-138.
- [Ha-Sc] HELMUT HASSE, HEINRICH SCHOLZ: Die Grundlagenkrise der Griechischen Mathematik. Pan-Verlag, Berlin 1928.
- [Hu] D. HUME: „Eine Untersuchung über den menschlichen Verstand.“ Hamburg 1964.
- Ih Ihmig KARL-NORBERT IHMIG: Grundzüge einer Philosophie der Wissenschaften bei Ernst Cassirer. WBG, Darmstadt, 2001.
- Ka [Kambartel FRIEDRICH KAMBARTEL: *Ethik und Mathematik*. In: M. Riedel (Hg.): Die Rehabilitierung der praktischen Philosophie. Rombach, Freiburg, 1972. [1]
- [ANThH] I. KANT: „Allgemeine Naturgeschichte und Theorie des Himmels.“ Darmstadt 1956.
- [KrV] I. KANT: „Kritik der reinen Vernunft.“ Darmstadt 1956.

- [Ko] ALEXANDRE KOYRÉ: Galilei. Die Anfänge der neuzeitlichen Wissenschaft. Wagenbach, Berlin 1988.
- [La] IMRE LAKATOS: Beweise und Widerlegungen. Vieweg, Braunschweig 1979.
- [Le1a] G. W. LEIBNIZ: „Hauptschriften zur Grundlegung der Philosophie — Band I.“ (Übersetzung von A. Buchenau, hg. von E. Cassirer), Hamburg 1966.
- [Le1b] G. W. LEIBNIZ: „Hauptschriften zur Grundlegung der Philosophie — Band II.“ (Übersetzung von A. Buchenau, hg. von E. Cassirer), Hamburg 1966.
- [Le2] G. W. LEIBNIZ: „Die Theodizee.“ (Übersetzung von A. Buchenau), Hamburg 1968.
- [Ma] LUDWIG MARKUSE: Der Philosoph und der Diktator. Diogenes, ...
- [Me] HERBERT MEHRTENS: *Nachwort*. In: J.D. Barrow: Warum die Welt mathematisch ist. Campusverlag, Frankfurt 1992, pp. 91-104.
- [Meh] HERBERT MEHRTENS: Moderne Sprache Mathematik, Suhrkamp, Frankfurt, 1990.
- [Mei] UWE MEIXNER: (Hg.): Philosophie der Logik. Alber, Freiburg 2003.
- [Me] HERBERT MESCHKOWSKI: Wandlungen im mathematischen Denken. Vieweg, Braunschweig 1969.
- [Mu] ROBERT MUSIL: *Der wichtigste Versuch*. In: Ders.: Der Mann ohne Eigenschaften. Rowohlt, Reibeck 1978, pp. 38-41.
- [Na] FRITZ NAGEL: Nicolaus Cusanus und die Entstehung der exakten Wissenschaften. Aschendorff, Münster 1984, pp. 26-86.
- [NN] R. NAGEL, G. NICKEL: *Exponentialfunktion und wissenschaftlicher Determinismus — Fortschritt oder ewige Wiederkehr des Gleichen?* In: Nihil novi sub Sole. Kontinuität in den Wissenschaften. 9. Bozner Treffen. Bozen 1999, 99-130.
- [Ne] I. NEWTON: „Mathematische Prinzipien der Naturlehre.“ Darmstadt 1963.
- [Ni1] G. NICKEL: *Determinism — Scenes of the Interplay between Metaphysics and Mathematics*. In: R. Nagel, K. Engel: One-parameter Semigroups for Linear Evolution Equations, Berlin 2000, 531-554.
- [Ni2] G. NICKEL: *Perspectives on scientific determinism*. In: H. Atmanspacher, R. Bishop: Between Chance and Choice. Interdisciplinary Perspectives on Determinism. Thoverton 2002, 33-49.
- [Pu-II] WALTER PURKERT, HANS JOACHIM ILGAUDS: Georg Cantor. Birkhäuser, Basel 1987.
- [Sa] S. SAMBURSKY (HG.): *Der Weg der Physik*. München 1978.
- [Sh] STEWART SHAPIRO: Thinking about Mathematics. Oxford University Press, New York 2000, pp. 49-72.
- [Ta] CHRISTIAN TAPP: „Kardinalität und Kardinäle.“ Franz Steiner Verlag, Stuttgart 2005.
- [Wo] BRIGITTA-SOPHIE VON WOLFF-METTERNICH: Wider das mathematische Erkenntnisideal. De Gruyter, Berlin 1995.