Jochen Berendes (Hrsg.)

Autonomie durch Verantwortung

Impulse für die Ethik in den Wissenschaften

mentis
PADERBORN

Gedruckt mit freundlicher Unterstützung vom Ministerium für Wissenschaft,
Forschung und Kunst Baden-Württemberg

Bibliografische Information Der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der
Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind
im Internet über http //dnb.d-nb.de abrufbar.

Gedruckt auf umweltfreundlichem, chlorfrei gebleichtem
und alterungsbeständigem Papier ∞ ISO 9706

Schulze-Delitzsch-Straße 19, D-33100 Paderborn
www.mentis.de

Printed in Germany
Einbandgestaltung: Anna Braungart, Tübingen
Satz und Druck: Druckhaus Plöger, Borchen
ISBN 978-3-89785-549-6

Inhaltsverzeichnis

Gregor Nickel

Mathematik und Mathematisierung der Wissenschaften. Ethische Erwägungen

> Ich behaupte aber, daß in jeder besonderen Naturlehre nur soviel eigentliche Wissenschaft angetroffen werden kann, als darin Mathematik anzutreffen ist.[1]

Immanuel Kants (1724-1804) berühmtes Diktum aus der Vorrede zu den *Metaphysischen Anfangsgründen der Naturwissenschaft* charakterisiert treffsicher den idealen Zielpunkt wie die reale Entwicklung einer Vielzahl von Wissenschaften. In einem für Kants Zeit noch kaum vorstellbaren Maße orientieren sich heute sämtliche Naturwissenschaften[2], zunehmend aber auch Sozial- und Humanwissenschaften[3] in ihrer theoretischen Begriffsbildung an der Mathematik.[4] Dabei ist hier zunächst sekundär, wie weit eine Mathematisierung bereits erreicht ist, oder (vorerst) nur als orientierendes Ideal fungiert.

Diese als mathematisch-experimentell[5] ausgewiesenen,»eigentliche[n]« Wissenschaften erobern inzwischen Gegenstandsbereiche, die Kant noch

1 Kant: *Metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaft*. A IX.

2 Der Chemie etwa hatte Kant (noch) nicht den Status einer Wissenschaft im strengen Sinne zuerkannt, sondern nur den einer »systematische[n] Kunst«, vgl. *Metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaft*. A X. Die überaus erfolgreiche Anwendung quantenphysikalischer (mathematisch kodifizierter) Prinzipien auf Gegenstände der Chemie im 20. Jahrhundert, aber auch genuin theoretisch-chemische Begriffsbildungen (vgl. etwa Primas: *Chemistry, Quantum Mechanics and Reductionism*) weisen inzwischen einen Mathematisierungsgrad auf, der durchaus mit dem der klassischen Mechanik vergleichbar ist.

3 Vgl. etwa die Sammelbände *Die Mathematisierung der Wissenschaften* (hg. v. Hoyningen-Huene) und *Mathematisierung der Einzelwissenschaften* (hg. v. Booss/ Krickeberg), in denen das Spektrum der Disziplinen, die bezüglich ihrer Mathematisierung analysiert werden, neben Naturwissenschaften auch die Wirtschafts-, Sozial-, Rechts-, Geschichtswissenschaften, Linguistik und Theologie umfasst.

4 Entsprechend vielgestaltig – und die klassische Zweiteilung in Arithmetik und Geometrie sprengend – zeigt sich die Landschaft der mathematischen Forschung.

5 Eine kritische Analyse des zweiten Grundpfeilers der Naturwissenschaften, der experimentellen Methode, ist ebenso unerlässlich wie diejenige der Mathematik, soll hier allerdings aus-

kategorisch ausgeschlossen hatte. Betrachten wir nur das Beispiel der Biologie: Der sprichwörtliche *Newton des Grashalms*[6] scheint seine Resultate längst publiziert zu haben; im Rahmen von Physiologie, Molekular-, Gen-, Neuro- und Soziobiologie werden weite Bereiche der organisierten Materie einer im strengen Sinne wissenschaftlichen Analyse zugänglich gemacht.

Damit wird oft genug der Anspruch verbunden, deskriptive und normative Kompetenzen der Humanwissenschaften zu übernehmen. Neuro- und Kognitionswissenschaften scheinen so zu *der* einzig objektiv gültigen, individuellen Anthropologie zu werden; Soziobiologie, Sozio-Physik und Wirtschaftswissenschaften zu *der* kollektiven Anthropologie. Und dies schließt auch den Gegenstandsbereich der Ethik[7] ausdrücklich mit ein. Damit geht eine Mathematisierung der Lebenswelt gewaltigen Ausmaßes einher, die hier nur mit den Schlagworten *Technisierung* und *Ökonomisierung* angedeutet werden soll.[8]

So erscheint das programmatische Diktum Kants mittlerweile beinahe als – von der Realität noch übertroffener – Allgemeinplatz. Eine Ironie der Geschichte ist es, dass diese Entwicklung durchaus gegen die Intention Kants verläuft, dem es ja gerade auf eine (methodische) Grenzziehung zwischen Philosophie (einschließlich etwa auch der Humanwissenschaften) und Mathematik ankam.[9] Eine selbstverständliche Legitimität dieser flächendeckenden Mathematisierung soll hier auch gerade *nicht* behauptet werden; ganz im Gegenteil soll die Frage aufgeworfen werden, was sich eine spezielle Natur-, Kultur- oder Humanlehre einhandelt, wenn sie auf eine durchgehende Mathematisierung setzt. Eine ethische Perspektive nehmen wir dabei

geblendet werden. Wie mit Bezug auf die Mathematisierung kann für den Stellenwert des Experiments ebenfalls auf Kant rekurriert werden (vgl. etwa Kant: *Kritik der reinen Vernunft*. B XIV f.). Auch hier könnte dann (s.u.) der *aktive* Charakter – dieses Mal des Experimentators – betont werden. Auf die für jedes Experiment konstitutive Freiheit des Experimentators hat Georg Picht (*Der Begriff der Natur und seine Geschichte*. S. 91 f.) eindrücklich hingewiesen, vgl. auch das umfassende, stärker erkenntnistheoretisch orientierte Werk von Robert P. Crease: *The Play of Nature. Experimentation as Performance* sowie eine knappe Verhältnisbestimmung beider in Nickel: Weltbühne Labor – Das naturwissenschaftliche Experiment als theateranaloge Aufführung.

6 Vgl. Kant: *Kritik der Urteilskraft*. A 334 f. oder A 349: »[...] schlechterdings kann keine menschliche Vernunft (auch keine endliche, die der Qualität nach der unsrigen ähnlich wäre, sie aber dem Grade nach noch so sehr überstiege) die Erzeugung auch nur eines Gräschens aus bloß mechanischen Ursachen zu verstehen hoffen.«

7 Zur Kritik solcher Versuche einer ›naturalisierten Ethik‹ vgl. Nickel: Ethik und Mathematik – Randbemerkungen zu einem prekären Verhältnis; oder bezogen auf eine ›evolutionäre Ethik‹, Gräfrath: *Evolutionäre Ethik? Philosophische Programme, Probleme und Perspektiven der Soziobiologie*.

8 Für eine eingehendere Analyse vgl. Nickel: *Wechselseitige Beobachtungen von Ethik und Mathematik*.

9 Vgl. von Wolff-Metternich: *Die Überwindung des mathematischen Erkenntnisideals*.

insofern ein, als die verdeckten Wertungen und Vorentscheidungen für die scheinbar selbstverständliche Mathematisierung der Wissenschaften durchsichtig gemacht werden. Es geht also vorerst nicht um die Diskussion expliziter (wissenschaftsethischer) Kriterien und Normen für eine Verwendung der Mathematik. Einstweilen geht es um notwendige Prolegomena zu einer solchen Kriteriologie, die schließlich nur von der jeweiligen Einzelwissenschaft anhand ihres konkreten Gegenstandes erstellt werden kann.

Folgt man nun diesem deskriptiven (!) Befund, so müsste eine jede *Ethik in den (Natur-) Wissenschaften* zuallererst ihr Verhältnis zur Mathematik klären. Neben den Diskurs über die *Anwendungen* (etwa im Rahmen einer Technikethik) tritt die Analyse der *Grundlagen* bzw. Grundentscheidungen der jeweiligen Wissenschaften selbst, und hier als ein Querschnittthema die Frage nach der Rolle der Mathematik. Insofern und soweit Wissenschaftlichkeit ohne Mathematisierung nicht zu denken ist, wäre auch eine *Ethik* der entsprechenden Wissenschaften ohne ethische Reflexion der Mathematisierung nicht zu denken.

Es ist jedoch misslich, dass die philosophische Analyse des Phänomens ›Mathematisierung‹ fast ausschließlich unter erkenntnistheoretischen Vorzeichen stattfindet, so dass – von wenigen Ausnahmen[10] abgesehen – weder eine Verhältnisbestimmung von Ethik und Mathematik noch eine Analyse der Rolle der Mathematik für die modernen Naturwissenschaften im Rahmen der Wissenschaftsethik angetroffen werden können. Die vorliegende Arbeit möchte vorerst nur versuchen, diese Lücke aufzuzeigen und ein wenig genauer zu beschreiben. Dabei werden zunächst zwei verschiedene Lesarten der von Kant verkündeten Mathematisierung betrachtet; anschließend werden zwei Schlüsselbegriffe einer Anwendung der Mathematik untersucht, die Metapher von der Mathematik als *Sprache* der Natur und der Begriff des mathematischen *Modells*. Zum Abschluss soll nach einem möglichen Selbstverständnis der Mathematik angesichts der beschriebenen Anwendungsproblematik und im Spannungsfeld der so genannten Natur- und Geisteswissenschaften gefragt werden.

1. Was heißt Mathematisierung? – Zwei Lesarten Kants

Für Kant erfordert jede empirische Wissenschaft – und *nur* diese sind angesprochen! – zuvorderst einen theoretischen Rahmen.[11] Eine solche, der Erfahrung vorausgehende Theorie kann aber nur aus der bloßen *Möglichkeit*

10 Vgl. dazu vor allem die Arbeiten Friedrich Kambartels (*1935), etwa: Ethik und Mathematik.

11 Diese ›Theoriegeladenheit der Fakten‹ hat die Wissenschaftsphilosophie nach zeitweiligen positivistischen Umwegen inzwischen wieder weitgehend akzeptiert.

ihrer Gegenstände erkennen. Wollte man sie auf deren *Wirklichkeit* gründen, so müsste man ja bereits empirische Erfahrung einbeziehen. Insofern die Möglichkeit der Objekte der *Natur*wissenschaften sich nicht allein aus der Widerspruchsfreiheit ihrer jeweiligen Begriffe erkennen lässt, sondern anschaulich angebbar sein muss, ist für eine naturwissenschaftliche Theorie die Fähigkeit zur Konstruktion ihrer Begriffe in der Anschauung gefordert. Vernunfterkenntnis durch die *Konstruktion* der Begriffe in der (reinen) Anschauung zeichnet aber gerade die mathematische Erkenntnisweise aus.[12] Dieser für Kant so wichtige *synthetische* Aspekt der Mathematik ist nach wie vor umstritten.[13] In Verbindung damit steht aber auch die Frage nach einer *aktiven* Rolle des menschlichen Geistes bei der Produktion mathematischer Begriffe und Schlüsse im Raum, mit Blick auf eine Ethik in den Wissenschaften also eine wesentliche Pointe.

Die Position Kants wird allerdings in der (bewussten oder unbewussten) Rezeption durch die positiven Wissenschaften in der Regel ohne Blick auf deren Begründung übernommen bzw. stark modifiziert. Im Folgenden werden wir zwei unterschiedliche Lesarten der Kantschen These genauer betrachten. Der Physiologe, Wissenschaftsphilosoph und einflussreiche Wissenschaftspolitiker Emil du Bois-Reymond (1818–1896) kann als typischer Vertreter der klassischen Naturwissenschaft vor den wissenschaftlichen Revolutionen von Quantenmechanik und Relativitätstheorie und vor der extremen Ausdifferenzierung der Wissenschaften in unserer Zeit betrachtet werden. David Hilbert (1862-1943), der tonangebende Mathematiker des 20. Jahrhunderts, argumentiert vor dem Hintergrund der überraschenden Erfolge einer zunehmend abstrakteren mathematischen Physik, vor allem aber spricht er zugleich als Repräsentant einer formalistischen Auffassung der Mathematik. Beide Positionen scheinen mir – trotz historischer Patina – noch immer repräsentativ für einen weiten Bereich der derzeitigen Diskussion zu sein.

---

12 Vgl. Kant: *Metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaft*. A IX.

13 Es ist hier allerdings zu fragen, ob nicht doch grundlegende Aspekte mathematischer Arbeit ganz im Sinne Kants zu beschreiben wären. So verallgemeinert der Grundbegriff moderner Mathematik, nämlich der Begriff der *Menge*, gerade Kants Raumbegriff – bis hinein in die mathematische Terminologie, in der Raum und (mit spezieller Struktur versehene) Menge synonym gebraucht werden. Die in der Mathematik verwendeten Mengen können in der Tat treffend als (Schema der) Form äußerer Anschauung beschrieben werden, insofern es hier gerade nur um das simultane Gegebensein der (jederzeit!) wohlunterscheidbaren Elemente zu tun ist. Darüber hinaus verweist eine auf dem Begriff der *(formalen) Sprache* basierende Mathematikbeschreibung (vgl. etwa Mehrtens: *Moderne Sprache Mathematik*) auf die (zeitgeordnete) Folge der Zeichen, die also nur mit Bezug auf Kants zweite reine Anschauungsform, die Zeit, zu lesen sind.

1.1. Emil du Bois-Reymond

Explizit bezieht sich du Bois-Reymond in seiner viel beachteten Akademierede *Über die Grenzen des Naturerkennens* von 1872 auf Kant, wenn er fordert:

> Kants Behauptung [...], ›daß in jeder besonderen Naturlehre nur so viel eigentliche Wissenschaft angetroffen werden könne, als darin Mathematik anzutreffen sei‹ – ist also vielmehr noch dahin zu verschärfen, daß für Mathematik Mechanik der Atome zu setzen ist.[14]

Und er charakterisiert die geforderte »Mechanik der Atome« genauerhin als

> [...] eine Stufe der Naturerkenntnis [...] auf welcher der ganze Weltvorgang durch Eine mathematische Formel vorgestellt würde, durch Ein unermeßliches System simultaner Differentialgleichungen, aus dem sich Ort, Bewegungsrichtung und Geschwindigkeit jedes Atoms im Weltall zu jeder Zeit ergäbe.[15]

Entscheidend ist dabei zunächst die – wegen der Eindeutigkeit der Lösungen dieses Systems – vollständige Determination[16] allen Geschehens. Die Zeit wird als eindimensionales Kontinuum dargestellt, und der ›Weltzustand‹ zu einem Zeitpunkt determiniert den gesamten Weltlauf in Zukunft und Vergangenheit. Wichtig ist auch, dass die vollständige Erkenntnis der Natur in einer einzigen ›Welt-Formel‹ vorgestellt wird[17], also im Sinne maximaler Einheitlichkeit und Durchsichtigkeit der Welt(-beschreibung).

Allerdings zieht du Bois-Reymond eine strikte Grenze der Erkenntnis, was für eine vehemente Debatte sorgte, und die er in dem späteren Aufsatz *Die sieben Welträtsel* (1880) nochmals verteidigen sollte: Zum einen sei die von der Mechanik vorausgesetzte atomare Materie nicht mehr als eine nützliche Fiktion, ein über diesen Bedarf hinaus konzipiertes »philosophisches Atom« aber »bei näherer Betrachtung ein Unding«. Zum anderen sei der ganze Bereich des Geistigen, das Bewusstsein, aber auch schon die einfachste Empfindung einer Sinnesqualität, dem Zugriff der Naturwissenschaft unwiderruflich entzogen. Selbst bei »prinzipiell erreichbarer« vollständiger, »astronomisch genauer« Kenntnis aller materieller Systeme, einschließlich des menschlichen Gehirns, bleibe die Frage nach dem Wesen des Bewusst-

---

14 Du Bois-Reymond: *Reden in zwei Bänden. Band I*. S. 442.

15 Für dieses und die folgenden Zitate vgl. ebd. S. 443 f.

16 Ausführlich und erhellend diskutiert Ernst Cassirer die Entwicklung eines solchen wissenschaftlichen Determinismus, vgl. Cassirer: Determinismus und Indeterminismus in der modernen Physik; bzgl. der Position du Bois-Reymonds vgl. Nickel: Perspectives on scientific determinism.

17 Noch heute ist dieser Mythos einer *theory of everything* explizit vor allem in der Physik wirksam.

seins ungeklärt, und der Naturforscher werde stets mit *Ignorabimus* antworten müssen. Begründet wird dies mit der prinzipiell unüberwindlichen Kluft zwischen der qualitätslosen Beschreibung der Mechanik und den Qualitäten der Wahrnehmung (und insbesondere der Intentionalität):

> Die astronomische Kenntnis des Gehirns, die höchste, die wir davon erlangen können, enthüllt uns darin nichts als bewegte Materie. Durch keine zu ersinnende Anordnung oder Bewegung materieller Teilchen aber läßt sich eine Brücke ins Reich des Bewußtseins schlagen. [...] Es ist durchaus und für immer unbegreiflich, daß es einer Anzahl von Kohlenstoff-, Wasserstoff-, Stickstoff-, Sauerstoff-, usw. Atomen nicht sollte gleichgültig sein, wie sie liegen und sich bewegen, wie sie lagen und sich bewegten, wie sie liegen und sich bewegen werden.[18]

Die vorausgesetzte Mathematisierung führt somit direkt in ein für du Bois-Reymond nicht auflösbares Dilemma zwischen der subjektiven, inneren Erfahrung der Freiheit und dem objektiv gültigen Determinismus. Dieser Frage nach dem »unlösliche[n] Widerspruch« zwischen der »mechanische[n] Weltanschauung« und der Willensfreiheit wird von du Bois-Reymond große Wichtigkeit zugestanden; allerdings wird sie dem (bereits mechanisch unlösbaren) Problem der Sinnesqualitäten logisch nachgeordnet. Du Bois-Reymonds Position bleibt in dieser Frage seltsam unbestimmt. So formuliert er, nachdem er in kurzen Bemerkungen verschiedenste historische Bemühungen um das Problem der Willensfreiheit als »dunkelste, selbstgegrabene Irrwege« abgetan hat, seine Sicht als Resultat der konsequenten Anwendung des Energiesatzes:

> Wenn [...] unsere Vorstellungen und Strebungen, also auch unsere Willensakte, zwar unbegreifliche, doch notwendige und eindeutige Begleiterscheinungen der Bewegungen und Umlagerungen unserer Hirnmolekeln sind, so leuchtet ein, daß es keine Willensfreiheit gibt.[19]

Doch schließlich relativiert du Bois-Reymond seine Aussage im Hinblick auf das praktische Leben wieder erheblich. Auch der »entschlossenste Monist« könne hier die Vorstellung kaum aufrechterhalten, dass alles Handeln bereits durch mechanische Notwendigkeit festgelegt sei. Eine Determination wäre allenfalls für unwichtige Handlungen noch akzeptabel, kaum jedoch für bedeutungsvolle moralische Entscheidungen:

> [M]an gibt leicht zu, daß man nicht frei, sondern als Werkzeug verborgener Ursachen handelt, so lange die Handlung gleichgültig ist. [...] Wenn Herr Stephan [Generalpostmeister des Dt. Reiches Heinrich von Stephan] uns berichtet, daß auf hunderttausend Briefe Jahr aus Jahr ein so und so viel entfallen, welche ohne

18 Du Bois-Reymond: *Reden in zwei Bänden. Band I*. S. 457 f.
19 Du Bois-Reymond: *Reden in zwei Bänden. Band II*. S. 82.

> Adresse in den Kasten geworfen werden, denken wir uns nichts besonderes dabei. Aber daß nach Quetelet unter hunderttausend Einwohnern einer Stadt Jahr aus Jahr ein so und so viel Diebe, Mörder und Brandstifter sind, das empört unser sittliches Gefühl.[20]

Für du Bois-Reymond bleibt hier nur die – nicht rational entscheidbare – Alternative zwischen der konsequenten Leugnung eines freien Willens und dem Festhalten an einem solchen, jedoch zum Preis, ein unlösbares Mysterium zugeben zu müssen. Diese Ambivalenz, die ja auch schon in der Charakterisierung der Basis seiner Naturbeschreibung, der atomaren Materie als lediglich »nützlicher Fiktion« zum Ausdruck kommt, hängt mit seinem Beobachtungsstandort, einer Position vollständig außerhalb des betrachteten Systems zusammen; der Beobachter kann – zumindest prinzipiell – jedes Detail beobachten, ohne selbst je involviert zu sein. Dies gilt schließlich auch für eine objektivierende Introspektion[21]:

> Es wäre grenzenlos interessant, wenn wir so mit geistigem Auge in uns hineinblickend die zu einem Rechenexempel gehörige Hirnmechanik sich abspielen sähen [...].[22]

Diese Perspektive wird nicht zufällig als *archimedisch*[23] bezeichnet; aus der Sicht des Mathematikers erhält man einen (gedachten oder gar technisch zu realisierenden) (Beobachtungs-) Punkt, von dem aus die Welt aus den Angeln gehoben werden kann. Im Kontrast zu anderen wird sie als die einzig objektiv gültige behauptet, obwohl zuweilen auch ihre Einseitigkeit zugegeben wird:

> In diesem Sinne scheint uns heute erlaubt, ja nützlich, das Weltproblem von verschiedenen Standpunkten aus anzugreifen, und demgemäß eine mechanische Welttheorie aufzustellen und in sich zu begründen, unbekümmert zunächst darum, wie Ethik, Rechtslehre und hergebrachte menschliche Vorstellungen damit fertig werden.[24]

Eine konsequente Verwendung der wissenschaftlichen Perspektive ist für du Bois-Reymond gegenüber Ethik, Recht und *common sense* noch rechtferti-

---

20 Ebd. S. 86; Lambert Adolphe Jacques Quételet (1796-1874), belgischer Astronom und Statistiker, kann als einer der Begründer der mathematischen Sozialstatistik bezeichnet werden.

21 Das Problembewusstsein Kants wird hierbei allerdings vergessen, der die Grenzen einer jeden Seelenlehre jenseits der Wissenschaftlichkeit gezogen hatte. Zum einen seien die »inneren Beobachtungen« nicht isolier-, analysier- und synthetisierbar – im Gegensatz etwa zu chemischen Substanzen. Zum anderen gilt, dass »[...] die Beobachtung an sich schon den Zustand des beobachteten Gegenstandes alteriert und verstellt.« Vgl. Kant: *Metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaft*. A XI.

22 Du Bois-Reymond: *Reden in zwei Bänden. Band I*. S. 457.

23 Vgl. du Bois-Reymond: *Reden in zwei Bänden. Band II*. S. 595.

24 Ebd. S. 531.

gungsbedürftig. Es scheint, als hätte hier inzwischen eine Umkehr der Beweislast stattgefunden.

Allerdings entsteht in der – normalerweise vermiedenen – Konfrontation von interner (ethischer) und objektiver (naturwissenschaftlicher) Sicht ein ernstes Dilemma, das du Bois-Reymond an wenigen Stellen explizit zur Sprache bringt:

> Wer gleichsam schlafwandelnd durch das Leben geht, [...] wer als Historiker, Jurist, Poet in einseitiger Beschaulichkeit mehr mit menschlichen Leidenschaften und Satzungen, oder wer naturforschend und -beherrschend eben so beschränkten Blickes nur mit Naturkräften und Gesetzen verkehrt: der vergißt jenes Dilemma, auf dessen Hörner gespießt unser Verstand gleich der Beute des Neuntöters schmachtet; wie wir die Doppelbilder vergessen, welche Schwindel erregend uns sonst überall verfolgen würden.[25]

Mathematisierung bedeutet für du Bois-Reymond also einen wissenschaftlich gesicherten, objektiven Determinismus und Atomismus bei striktem Verzicht auf eine Beschreibung von Qualitäten, Intentionen und Freiheit. Offen bleibt damit eine Verhältnisbestimmung von Ethik und mathematisierter Naturwissenschaft, ja die Möglichkeit einer Vermittlung wird explizit abgewiesen. Damit wird aber auch eine vollständige, ›monistische Eroberung‹ des ethischen Feldes jederzeit denkbar.

1.2. David Hilbert

Einen deutlich anderen Akzent – zum Teil in expliziter Kritik an du Bois-Reymond – setzt David Hilbert. Programmatisch ist sein keinerlei Grenzen akzeptierendes Bekenntnis:

> Ich glaube: Alles, was Gegenstand des wissenschaftlichen Denkens überhaupt sein kann, verfällt sobald es zur Bildung einer Theorie reif ist, der axiomatischen Methode und damit mittelbar der Mathematik.[26]

Zwar scheint in der von seinem Schüler und Mitarbeiter, Paul Isaac Bernays (1888-1977), ausgearbeiteten Vorlesung *Natur und mathematisches Erkennen* die abschließende Bemerkung noch von einer gewissen Vorsicht[27] geprägt zu sein. Die »Annahme einer vollständigen mathematischen Naturbeschreibung« hieße, dass

> [...] die Wirklichkeit mit einem idealen Gegenstand, d.h. einem wesenlosen Gedankendinge identisch sein müsste. Denn es bliebe ja gar nichts Qualitatives,

25 Ebd. S. 86 f.

26 Hilbert: *Naturerkennen und Logik*. S. 156.

27 Diese geht möglicherweise eher auf Bernays zurück als auf Hilbert selbst.

> was noch hinzukommen könnte, da ja alle Qualitäten auf mathematische Beziehungen zurückgeführt und somit als bloss scheinbar anzusehen wären. Aus demselben Grunde müsste auch das Geistige, und insbesondere unser Denken etwas bloss Scheinbares sein – eine absurde Konsequenz für eine Natursicht, welche hervorgeht aus dem Bestreben, alle Inhalte der Wirklichkeit unserem Denken zugänglich zu machen. Durch diese Paradoxien werden wir zu der Folgerung genötigt, dass die Annahme der Vollendbarkeit des physikalischen Idealisierungsprozesses unzulässig ist, dass also das physikalische Limesideal grundsätzlich unerreichbar ist.[28]

Auch hier geht also die Mathematisierung mit der vollständigen Abstraktion von aller Qualität einher. Das bereits bei du Bois-Reymond konstatierte Dilemma wird dann allerdings nahezu transzendentalphilosophisch weitergeführt und schließlich so aufgelöst, dass dessen Annahme einer ›Weltformel‹ als unzulässige Idealisierung erscheint, die nur noch als *methodisches* Ideal ihren Stellenwert behält.

Spätestens im Winter 1922 – zu Beginn der Hyper-Inflation – werden die obigen, limitierenden Überlegungen jedoch weitgehend ausgeblendet, ja es wird die skeptische Haltung bei du Bois-Reymond explizit kritisiert. Zwar könnten außermathematische Aufgaben – technischer oder philosophischer Natur – unlösbar sein;

> [g]anz anders in der reinen Mathematik. Alle jene Gründe für die Unlösbarkeit eines Problems fallen in der reinen Mathematik weg: Zur Bezwingung des Problems ist unser Verstand das einzig erforderliche und auch hinreichende Mittel: im mathematischen Hause hat daher jeder prophetische Pessimismus keine Stätte; [...] in der Mathematik gibt es kein Ignorabimus.[29]

Jedes mathematisch formulierte Problem sei einer »vollen Erledigung fähig« durch Lösung im positiven Sinne oder Beweis des notwendigen Misslingens aller Lösungsversuche:

> In der Verneinung des Ignorabimus liegt der besondere Reiz eines mathematischen Problems. Das mathematische Problem schreit zu uns: Da bin ich, suche meine Lösung! du kannst sie durch reines Denken finden! Es gibt in der Mathematik keine Ausrede; man kann nicht sagen, [...] die Experimente kosteten zuviel Geld.[30]

Die Mathematik lässt sich – nach Hilbert – allerdings nicht nur als Kunst der Problemlösung beschreiben, entscheidend ist zudem ihr systematischer Aufbau. Das Ziel der Mathematik sind also nicht nur einzelne Tricks, sondern *Methoden* der Problemlösung. Da diese im Laufe der Zeit vereinheitlicht

28 Hilbert: *Natur und mathematisches Erkennen*. S. 117.
29 Hilbert: *Wissen und mathematisches Denken*. S. 23 f.
30 Ebd. S. 24.

und vereinfacht werden, resultiert für die Mathematik ein kumulativer Fortschritt, der zugleich eine (extreme) Vereinfachung mit sich bringt. Was zunächst für die Experten schwierig sein kann, wird später bereits für den Anfänger zugänglich.

Was sich – im Kontrast zu du Bois-Reymonds Determinismus und Atomismus – durchhält, ist ein weitgehender Verzicht auf metaphysische Festlegungen und die Betonung des methodischen, erkenntnisleitenden Aspekts. Entsprechend favorisiert Hilbert mathematik-philosophisch die endgültige Abkehr[31] von einer ontologischen Interpretation der mathematischen Sätze. Eine *inhaltliche* Interpretation der mathematischen Begriffe und Axiome wird nicht gefordert, lediglich ihr *formales* Gefüge ist relevant. Als einziges Kriterium verbleibt die Forderung der (expliziten und impliziten) Widerspruchsfreiheit des jeweiligen Axiomensystems. Bemerkenswert ist allerdings, dass Hilbert zur Begründung für diese Forderung nicht mathematik-immanent argumentiert; aus einem einzigen Widerspruch ließen sich schließlich *alle* formulierbaren Sätze unmittelbar ableiten (*ex falso quodlibet*), das Axiomensystem wäre also wertlos. Die für die Mathematik unmittelbar einleuchtende Forderung wird aber auf die »Wirklichkeit« projiziert und aus dieser dann abgelesen:

> [D]iese Forderung ist eine Vorbedingung für die Anwendbarkeit auf die Wirklichkeit; denn in der Wirklichkeit gibt es keine Widersprüche. Diese kommen nur durch uns zustande.[32]

Als weiterer metaphysischer Schatten wird zudem in beiden Vorlesungen, wie auch in seinem späteren Aufsatz *Naturerkennen und Logik* – der über weite Strecken identisch mit der Vorlesung von 1922 ist –, eine »prästabilierte Harmonie von mathematischem Denken und physikalischem Sein«[33] konstatiert, und Hilbert illustriert diese Behauptung mit einer Vielfalt von Beispielen. Gerade die erst spätere Verwendung von zunächst rein mathematischen Strukturen und Resultaten in den Naturwissenschaften hat für ihn große Überzeugungskraft. Diese »merkwürdige Tatsache [...], dass anscheinend die Materie sich ganz und gar dem Formalismus der Mathema-

---

31 Ein wichtiger Schritt in diese Richtung war sicherlich die Entwicklung der nichteuklidischen Geometrien durch Carl Friedrich Gauß, Bernhard Riemann, Nikolai Iwanowitsch Lobatschewski, János Bolyai. Hier zeigte sich erstmalig, dass mehrere widerspruchsfreie, mathematische Axiomatiken nebeneinander denkbar sind, die jeweils eine mögliche Raumgeometrie beschreiben, während die ›wirkliche‹ erst empirisch zu bestimmen ist. Gauß hatte übrigens noch das ›Geschrei der Böotier‹ gefürchtet (wie es 1829 in einem Brief an seinen Freund F.W. Bessel heißt) und seine Resultate jahrelang zurückgehalten.

32 Hilbert: *Wissen und mathematisches Denken*. S. 84.

33 Vgl. Hilbert: *Natur und mathematisches Erkennen*. S. 80 f., Hilbert: *Wissen und mathematisches Denken*. S. 98, Hilbert: *Naturerkennen und Logik*. S. 381.

tik fügt«[34], wird als unbezweifelbar, aber nicht weiter erklärungsfähig angesehen. Über die Naturerscheinungen hinaus wird eine universelle Verwendbarkeit der mathematischen Perspektive propagiert:

> [W]as wir auch für Begebenheiten oder Erscheinungen in der Natur oder im praktischen Leben antreffen, überall wird der mathematisch Gesinnte [...] einen mathematischen Kern finden.[35]

Welches der vielen möglichen Axiomensysteme auf die Wirklichkeit passt, lässt sich (einstweilen) zwar nur empirisch feststellen, sicher ist jedoch, *dass* ein passendes gefunden werden kann. Zwar werden die materialen apriorischen Festlegungen Kants als zu weitgehend kritisiert; die Frage etwa nach der wirklichen Raumgeometrie ist nur empirisch zu klären. Jedoch würden »[d]ie allgemeinsten Grundgedanken [...] der Kantschen Erkenntnistheorie [...] ihre volle Bedeutung behalten«[36]. In jedem Falle ist also der theoretische Rahmen einer jeden Naturwissenschaft – wie bei Kant – nur mathematisch zu fassen:

> Wir beherrschen nicht eher eine naturwissenschaftliche Theorie, als bis wir ihren mathematischen Kern herausgeschält und völlig enthüllt haben.[37]

So kann der – durch die Mathematik motivierte – Erkenntnisoptimismus schließlich auch auf die Naturwissenschaften, speziell die Physik, ausgeweitet werden.

> Für den Mathematiker gibt es kein Ignorabimus, und meiner Meinung nach auch für die Naturwissenschaft überhaupt nicht. [...] Der wahre Grund, warum es nicht gelang, ein unlösbares Problem zu finden, besteht meiner Meinung nach darin, dass es ein unlösbares Problem überhaupt nicht gibt. Statt des törichten Ignorabimus heiße im Gegenteil unsere Losung:
>
> Wir müssen wissen,
> wir werden wissen.[38]

Beide Positionen, die merkwürdige Verbindung von metaphysischer Festlegung und Skepsis bei Emil du Bois-Reymond wie die erkenntnisoptimistische, zugleich metaphysisch offenere Position David Hilberts, zeigen, dass die für beide Autoren als solche unstrittige Mathematisierung verschieden ausgelegt werden kann. Darüber hinaus wird deutlich, dass die von beiden

---

34 Hilbert: *Natur und mathematisches Erkennen*. S. 81. Eine ähnliche Position vertritt etwa auch Eugene P. Wigner in seiner bekannten Arbeit: The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences.

35 Vgl. Hilbert: *Wissen und mathematisches Denken*. S 46.

36 Vgl. ebd. S. 88.

37 Hilbert: *Naturerkennen und Logik*. S. 385.

38 Ebd. S. 387. Siehe auch Hilbert: *Wissen und mathematisches Denken*. S. 99.

als unumgänglich vorausgesetzte Mathematisierung der Wissenschaften wichtige, auch ethisch relevante Implikationen zeitigt. Dabei ist eine Beurteilung der Implikationen für den jeweiligen Anwendungsbereich ohne eine genauere Charakterisierung der Mathematik selbst kaum zu leisten. Dabei kann – wie später deutlich werden soll – nicht ohne eine zusätzliche kritische Perspektive auf die Selbstbeschreibung der Mathematik rekurriert werden.

2. Mathematik als Sprache der Wissenschaft

Die Metapher von der Mathematik als Sprache der Naturwissenschaften[39] ist mindestens so alt wie die moderne Naturwissenschaft selbst; es möge an dieser Stelle genügen, daran zu erinnern, dass bereits Galileo Galilei (1564-1642) die ›Lesbarkeit der Welt‹ – in Unterscheidung von dem zweiten großen Buch, nämlich der Bibel – gerade *nur* durch die Vertrautheit mit der »mathematische[n] Sprache« gesichert sah:

> Die Philosophie steht in jenem riesigen Buch geschrieben, das uns ununterbrochen offen vor Augen liegt, ich meine das Universum. Aber man kann es nicht verstehen, wenn man nicht zuerst die Sprache und die Buchstaben kennen lernt, in denen es geschrieben ist. Geschrieben aber ist es in mathematischer Sprache, und die Buchstaben sind Dreiecke, Kreise und andere geometrische Figuren, und ohne diese Mittel ist es für Menschen unmöglich, auch nur ein einziges Wort zu verstehen; ohne sie irrt man sinnlos in einem dunklen Labyrinth umher.[40]

Es ist jedoch nicht ein Blick in die Natur, wohl aber in naturwissenschaftliche Lehrbücher, der diese Behauptung bestätigt. Auch wenn die von Galilei unübertroffen formulierte pythagoreisch-platonische Grundüberzeugung nach wie vor von den meisten Naturwissenschaftlern[41] geteilt wird (zumindest als Alltagsphilosophie in Laboratorium und Büro), wird die Gleichsetzung von Mathematik und ›Sprache der Naturlehre‹ von beiden Seiten der Gleichung aus fragwürdig. Zum einen erheben sich von philosophischer Seite vehemente Gegenstimmen: die ›ganze‹ Wirklichkeit sei gerade nicht mathematisch hinreichend zu beschreiben (und nicht einmal die äußere Natur als

39 Das allgemeinere Phänomen der (je unterschiedlichen) sprachlichen Verfasstheit naturwissenschaftlicher Forschung beschreibt Elisabeth Pernkopf: Alphabetisierte Natur?

40 Galilei: *Il saggiatore*. S. 25: *»La Filosofia è scritta in questo grandissimo libro, che continuamente ci stà aperto innanzi à gli occhi (io dico l'universo) ma non si può intendere se prima non s'impara à intender la lingua, e conoscer i caratteri, ne' quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi, & altre figure Geometriche, senza i quali mezi è impossibile a intenderne umanamente parola; senza questi è un' aggirarsi vanamente per un'oscuro laberinto.«*

41 Ein vielsagender Titel ist etwa John D. Barrow: *Warum die Welt mathematisch ist*.

Physis); als Referenzen seien nur genannt: Skepsis[42], Deutscher Idealismus[43], Romantik, Lebensphilosophie. Zum anderen lockert sich für die mathematische Forschung des 20. Jahrhunderts die Bindung an die Naturwissenschaft; die formalistische (»moderne«) Position Hilberts hat sich innerhalb der Mathematik vorerst[44] durchgesetzt. Hierbei bleibt von Galileos Metapher lediglich die Betonung des Sprachcharakters der Mathematik. Nur ist jetzt der *Gegenstand* dieser Sprache entweder fraglich oder es wird geradezu explizit auf einen solchen verzichtet.[45] Dies wäre eine der Kernthesen Herbert Mehrtens', der die historische Entwicklung der ›Modernen Mathematik‹ vor allem unter dem Aspekt der Sprachlichkeit analysiert:

> Mathematik ist eine Sprache [...] darum kann sich die Identität nicht an einem ›Gegenstand‹ herstellen, und darum auch bleiben die ›Grundlagen‹ so unklar und umstritten. [...] Wahrheit und Sinn der Texte bestimmen sich in der Arbeit an ihnen, nicht mehr in der Repräsentation der gegebenen physikalischen Welt, auch nicht im Bezug auf eine transzendente Ordnung.[46]

Eine solche Umstellung von Fremd- auf Selbstreferenz der gesellschaftlichen Subsysteme kann nun geradezu als ein Kennzeichen der Moderne angesehen

---

42 Vgl. David Humes (1711-1776) Kritik an einem auf der Mathematik fußenden Kausalbegriff: *»Nor is geometry, when taken into the assistance of natural philosophy, ever able to [...] lead us into the knowledge of ultimate causes [...] Every part of mixed mathematics proceeds upon the supposition that certain laws are established by nature in her operations [...] but still the discovery of the law itself is owing merely to experience, and all the abstract reasonings in the world could never lead us one step towards the knowledge of it.«* Hume: An Enquiry Concerning Human Understanding. S. 327.

43 Man lese etwa Georg Wilhelm Friedrich Hegels (1770-1831) Verdikt aus der Vorrede zur *Phänomenologie des Geistes*: »Die Evidenz dieses mangelhaften Erkennens, auf welche die Mathematik stolz ist und womit sie sich auch gegen die Philosophie brüstet, beruht allein auf der Armut ihres Zwecks und der Mangelhaftigkeit ihres Stoffs und ist darum von einer Art, die die Philosophie verschmähen muß . [...] Das Wirkliche ist nicht ein Räumliches, wie es in der Mathematik betrachtet wird; mit solcher Unwirklichkeit, als die Dinge der Mathematik sind, gibt sich weder das konkrete sinnliche Anschauen noch die Philosophie ab«. Hegel: *Phänomenologie des Geistes*. S. 44.

44 Vgl. Fußnote 47.

45 Auch wenn dies nicht immer ungeteilten Beifall findet. Ein prominenter Kritiker ist der russische mathematische Physiker Vladimir Igorevic Arnold (* 1937), der gegen den ›demokratischen‹ Charakter der freien Axiomenwahl polemisiert und als Kriterium für eine ›gute Axiomatik‹ den direkten Bezug zur physikalischen Anwendung propagiert: »Zu Beginn dieses Jahrhunderts wurde ein selbstzerstörerisches demokratisches Prinzip in die Mathematik eingeführt (vor allem durch Hilbert), nach dem alle Axiomensysteme das gleiche Recht auf Analyse haben [...] Dieses Prinzip führte schnell dazu, daß die Mathematiker mit der Physik brachen und sich von allen anderen Wissenschaften abschotteten. In den Augen aller normalen Leute verwandelten sie sich in eine obskure priesterliche Kaste.« Beutelspacher: *In Mathe war ich immer schlecht ...* S. 94 f.

46 Mehrtens: *Moderne Sprache Mathematik*. S. 8 f.

werden, und insofern ist die Mathematik kein besonders überraschender Einzelfall. Und gerade diese Autonomie, die die Subsysteme oftmals hermetisch nach außen abriegelt und nur noch recht unspezifische Irritationen von dort zulässt, macht es der Ethik so schwer, Querbezüge herzustellen.

Jedoch gewinnt die Mathematik eben gerade *durch* den Verzicht auf eine semantische Interpretation der Begriffe, Axiome und Sätze eine Breite und Flexibilität, die es ermöglicht, gleichsam auf Vorrat Strukturen und Theoreme für mögliche Anwendungen zur Verfügung zu stellen. Und diese können sich dann von Fall zu Fall an diesem Bestand bedienen.[47] Es könnte somit scheinen, als wäre die Mathematik eine neutrale Sprache; nur *was* gesagt wird, wäre ethisch relevant, nicht *wie*. Jedoch könnten sich an dieser Stelle Philosophie und auch Ethik an eine ihrer eminenten Aufgaben erinnern, nämlich die Sprachkritik. Schließlich braucht man nur an die *newspeak* in George Orwells (1903-1950) Roman *1984* zu denken, um ein drastisches Beispiel für die Wirkungen einer kontrollierten Sprache zu finden. Und ein amüsant-erschreckendes Gedankenexperiment könnte es sein, sich ›Mathematisch‹ als die offizielle Amtssprache vorzustellen.

Mathematik als Sprache einer »besonderen Naturlehre« zu verwenden[48], ist nun allerdings ein sehr spezielles Unternehmen, das aus ethischer Perspektive reflektiert werden kann. An dieser Stelle möchte ich lediglich – ohne Anspruch auf Vollständigkeit oder Systematik – einige Auffälligkeiten der mathematischen Sprache[49] anführen. Inwieweit diese Sprache dem jeweiligen Gegenstand ›angemessen‹ ist, was formulierbar wird und was ausgeblendet bleibt, muss dann im Einzelfall diskutiert werden. Die Frage nach

47 Es ist ein gesondertes, auch wissenschafts*ethisches* Problem, ob es als Rechtfertigung für jegliche mathematische Forschung genügt, vage auf irgendwann mögliche Anwendungen hinzuweisen (vgl. nur die vehemente Kritik von Friedrich Kambartel: Ethik und Mathematik). Auch ist der Höhepunkt der ›modernen‹ Mathematik vermutlich bereits Geschichte, Mehrtens sieht gar deren Ende am Anfang der 1990er Jahre (vgl. Mehrtens: *Moderne Sprache Mathematik*. S. 7). Uns kommt es an dieser Stelle lediglich darauf an, den spezifischen Charakter der mathematischen Sprache zu beleuchten, der jedenfalls auch bei erneut stärkerem Anwendungsbezug der Fragestellungen (mit spezifischen Schwerpunktverschiebungen durch die veränderten rechentechnischen Möglichkeiten!) erhalten bleibt.

48 Es scheint mir – vorsichtig formuliert – irreführend zu sein, in diesem Zusammenhang von einem »Dialog mit der Natur« zu sprechen.

49 Dabei vermeiden wir die schwierige und kontroverse Frage, inwieweit Mathematik tatsächlich (nichts als) eine Sprache ist. So betont etwa Luitzen Egbertus Jan Brouwer (1881-1966) gegen Hilbert, dass die mathematische Forschung nicht nur Sprache ist, sondern nichtsprachliche, mathematische Gegenstände untersucht und über diese (u.a. mittels einer Formalsprache) spricht. Einigkeit besteht allerdings bezüglich wesentlicher Charakteristika der mathematischen Sprache, unabhängig davon, ob sie überhaupt *über* etwas spricht. Und gerade dieser spezifische Charakter soll hier genauer untersucht werden. Es ist also für unseren Blickwinkel sekundär, ob Mathematik als spezielle Sprache verstanden wird oder aber über spezielle Gegenstände auf ebendiese spezielle Weise spricht.

der Anwendbarkeit der Mathematik[50] kann nach einer solchen Analyse deutlich verschoben werden. Anstatt von der Alternativlosigkeit der mathematischen Sprache auszugehen und anschließend zu fragen: ›*warum* funktioniert es?‹ wären eher *verschiedene* Zugangsweisen zum fraglichen Phänomenbereich oder Handlungskontext zu vergleichen und jeweils zu fragen: ›In welchem Sinne, d.h. *wie* funktioniert es?‹

1. Wie keine andere Sprache zeichnet sich die Mathematik durch ein extrem scharfes und gleichzeitig extrem weites An- bzw. Ausschlusskriterium für die Kommunikation aus. Strikt auszuschließen sind alle ›falschen‹ Sätze bzw. Beweise bzw. ›Rechnungen‹, aber auch *nur* diese. Jeder ›Gegenstand‹, über dessen Struktur ›richtige‹ bzw. ›falsche‹ Aussagen gemacht werden können, ist ein Gegenstand, über den Mathematik sprechen könnte. Dies wäre kurz gefasst die These Niklas Luhmanns (1927-1998) bezüglich der mathematischen Eigenart im Kanon der Wissenschaften:

> Was Mathematik erreicht [...] ist ein sehr hohes Maß an Anschlußfähigkeit für Operationen, und zwar in einer eigentümlichen Kombination von Bestimmtheit und Unbestimmtheit (Bestimmtheit der Form und Unbestimmtheit der Verwendung), die an Geld erinnert. Mathematik ist also, gerade weil sie auf Übereinstimmung mit der Außenwelt verzichtet, in der Lage, Anschlußfähigkeit zu organisieren. Sie ist nicht nur analytisch wahr, und schon gar nicht aufgrund logischer Deduktion aus gesicherten Axiomen; sie ist deshalb wahr, weil sie die beste interne Operationalisierung des Symbols der Wahrheit erreicht.[51]

Dementsprechend ist in der Mathematik – wie in kaum einer anderen Wissenschaft – eine schnelle Einigung über die Zulässigkeit einer Argumentation möglich (zumindest in der alltäglichen Forschungspraxis). Michel Serres spricht von einer »rauschfreien«[52] Sprache.

2. Mathematik erreicht diese Rigidität durch Ausschluss jeglicher Hermeneutik. Strikte Identität[53] der Zeichen ist *per definitionem* gesichert. Innerhalb eines mathematischen Textes spielt also der Kontext für ein Zeichen keine Rolle, und Übersetzungen (in eine andere Notation) sind ohne jeden Verlust möglich. Ist Identität auf diese Weise gesichert, bzw. sind die auftretenden Paradoxien invisibilisiert, können mögliche Widersprüche

---

50 Vielversprechend scheint mir immer noch eine transzendentalphilosophische, neukantianische Perspektive, etwa in der Naturwissenschaftsphilosophie Ernst Cassirers, vgl. Ihmig: *Grundzüge einer Philosophie der Wissenschaften bei Ernst Cassirer*.

51 Luhmann: *Die Wissenschaft der Gesellschaft*. S. 200.

52 Vgl. Serres: *Hermes I. Kommunikation*.

53 Die hierbei auftretenden Paradoxien beschreibt wiederum Niklas Luhmann, also die »Einsicht, daß die Tautologie letztlich nichts anderes ist als eine verdeckte Paradoxie; denn sie behauptet einen Unterschied, von dem sie zugleich behauptet, daß er keiner ist.« Luhmann: *Die Wissenschaft der Gesellschaft*. S. 491.

strikt ausgeschlossen werden.[54] Die mathematische Sprache wird insofern kristallklar, verzichtet dafür allerdings auf diejenigen sprachlichen Phänomene, die von ›weicheren‹ Übergängen, etwa dem variierenden Bedeutungs-Horizont der Worte leben, verzichtet etwa auf Humor, Ironie, Witz, Takt.

3. Der mathematische Diskurs weist dementsprechend ein Doppelgesicht von ›Subversion‹ und ›Despotie‹ auf.[55] Um einen Satz zu verteidigen, kann man sich nicht auf Autorität(en)[56] berufen, es zählt einzig der schlüssige Beweis, der Diskurs ist im strengsten Sinne ›herrschaftsfrei‹.[57] Ist aber ein solcher Beweis gegeben, wird jede Gegenposition chancenlos, der Beweis entfaltet seine monarchische Seite. Herbert Mehrtens betont diesen despotischen Aspekt, wenn er das Zwingende eines Beweises auf den speziellen sprachlichen Charakter der Mathematik zurückführt:

> Die Setzungen der Mathematik haben den Charakter von Befehlen, die Theoreme und Schlußfolgerungen sollen immer zwingende Folge der Befehlssysteme sein. Das macht den eigenartigen Charakter dieser Sprache aus; sie besteht aus Befehlen, die das Setzen von Zeichen regeln. Die Gewißheit der Mathematik liegt in ihrer befehlsmäßig zwingenden Struktur.[58]

4. Zugleich ist der mathematische Diskurs allerdings in hohem Maße auf ein gegenseitiges Wohlwollen der Diskurspartner angewiesen. Die Formulie-

---

54 Dies bezieht sich allerdings auf einen (allenfalls ›lokal‹ realisierbaren) idealen Zielpunkt mathematischer Theorien. Im historischen Verlauf können Widersprüche, etwa Gegenbeispiele, über lange Zeiten bestehen bleiben und innerhalb der Mathematik einen äußerst produktiven Einfluss entfalten, wie die Analysen Imre Lakatos' zeigen (vgl. Lakatos: *Beweise und Widerlegungen*). Der Beschreibung Niklas Luhmanns ist zuzustimmen, der Mathematikern ein höheres Maß an Phantasie im Umgang mit Paradoxien und logischen Widersprüchen zubilligt als Logikern (vgl. Luhmann: Ergänzende Bemerkungen. S. 236.)

55 Vgl. Nickel: Zwingende Beweise – zur subversiven Despotie der Mathematik.

56 Dies gilt im strengen Sinne nur für den ›eigentlich mathematischen‹ Diskurs. Im Forschungsprozess spielt demgegenüber Autorität – etwa für forschungspolitische Richtungsentscheidungen – eine (fast) ebensolche Rolle, wie in anderen Wissenschaften auch. Wir richten demnach das Augenmerk im Wesentlichen auf das wissenschaftliche Ideal der Mathematik. Eine Beobachtung der ›real existierenden‹ Mathematik – etwa aus soziologischer Perspektive – müsste dem kontrastierend entgegen gesetzt werden; leider hält sich die Wissenssoziologie (vornehm oder ängstlich) zurück, wenn es um die Mathematik geht; für eine der wenigen Ausnahmen vgl. Heintz: *Die Innenwelt der Mathematik: zur Kultur und Praxis einer beweisenden Disziplin*.

57 Bereits Hilbert hatte den Bildungswert der Mathematik vorwiegend in »ethischer Richtung« gesehen, insofern sie »das Selbstvertrauen zum eigenen Verstand [weckt], die kritische Urteilskraft, welche den wahrhaft gebildeten von dem im blossen Autoritätsglauben Befangenen unterscheidet.« Hilbert: *Wissen und mathematisches Denken*. S. 3.

58 Barrow: *Warum die Welt mathematisch ist*. S. 101. Siehe auch Mehrtens: *Moderne Sprache Mathematik*. S. 13.

rung von Definitionen, Theoremen und Beweisen setzt beim Leser ein hohes Maß an Bereitschaft voraus, dem Autor Kredit für seine Begriffsbildung und Beweisführung zu geben. Wo zunächst jede nicht-widersprüchliche Definition und Axiomatik zulässig ist, kann sich Kritik nicht darauf richten, dass der ›Gegenstand‹ nicht adäquat beschrieben sei; eine jede Argumentation kann sich also zunächst ohne Grundlagenkritik entfalten. Mathematik basiert auf dem wohlwollenden Akzeptieren gesetzter (strikt konsistenter!) Regeln. Wenn korrekt argumentiert wird, kann Kritik innerhalb der Mathematik nur noch durch Disziplin-Differenzierung reagieren; man verlässt das eine Spiel und spielt nach den eigenen Regeln weiter. Ein wissenschafts*politischer* Diskurs über den *Wert* der verschiedenen Forschungsrichtungen verlässt dann natürlich den mathematischen Rahmen teilweise und wird bei knappen Ressourcen auch mit entsprechend nachlassendem Wohlwollen geführt.

5. Besonders deutlich wird die allfällige *Wirkung* der mathematischen Sprache auf einen ›Gegenstand‹, wenn sie sich zurückwendet und die natürliche Sprache formalisiert, etwa in der mathematischen Logik. Folgen wir hier nochmals David Hilbert, der zunächst davon ausgeht,

> [...] dass dasjenige Hülfsmittel, durch das sich der Mensch über die anderen Lebewesen erhebt, im wesentlichen die Sprache ist.[59]

Seine Reduktion der Sprache auf das »Wesentliche« lässt allerdings von der natürlichen Sprache nicht allzu viel übrig:

> Wenn wir die Sprachen, die uns nahe stehen, überblicken, so drängt sich die Ähnlichkeit in der Struktur auf. Die Unterschiede sind wesentlich nur die Konvention, dass andere Worte, andere Namen gebraucht werden. [...] Ob man table, mensa oder Tisch, [...] ob man tree, Baum, arbre oder dendron sagt, ist ja ganz unwesentlich und gleichgültig.

Ergebnis dieser »auf die Struktur der Sprache gerichteten Untersuchung« ist die formale Logik,

> [...] das Aussprechen der Gedanken wird wesentlich zu einem Operieren mit Begriffen.

Eine besondere Pointe entsteht nun, wenn man das Ziel der formalen Logik gerade darin sieht, das Denken selbst zu mechanisieren bzw. überflüssig zu machen. Treffend drückt diesen Aspekt Paul Isaac Bernays aus:

> [N]achdem einmal die Prinzipien des Schließens genannt sind, [braucht nun] nichts mehr überlegt zu werden. Die Regeln des Schließens müssen so beschaffen sein, dass sie das logische Denken elimieren. Andernfalls müßten wir ja erst wie-

59 Für dies und die folgenden Zitate vgl. Hilbert: *Wissen und mathematisches Denken*. S. 92.

> der logische Regeln dafür haben, wie jene Regeln anzuwenden sind. Dieser Forderung der Austreibung des Geistes kann nun wirklich genügt werden.[60]

Dass auf diese Weise gerade wesentliche Aspekte nicht-mathematischer Diskurse ausgeblendet werden, soll abschließend nur kurz mit einer treffenden, ironischen Randbemerkung Johann Georg Hamanns (1730-1788) verdeutlicht werden. Hamann kritisiert den monarchischen Aspekt der Mathematik, den eigentümlichen Zwangscharakter ihrer Beweise, die allzu oft als Muster einer vernünftigen Argumentation gelten. Sollte die Eindeutigkeit der Schlussfolgerung und das allgemein Zwingende aber der eigentliche Vorzug sein, so würde die reale Unzuverlässigkeit menschlicher Vernunft bereits im tierischen Instinkt ein besser funktionierendes Äquivalent gefunden haben:

> Endlich versteht es sich am Rande, daß, wenn die Mathematik sich einen Vorzug des Adels wegen ihrer allgemeinen und nothwendigen Zuverläßigkeit anmaaßen kann, auch die menschliche Vernunft selbst dem unfehlbaren u[nd] untrüglichen Instinct der Insecten nachstehen müßte.[61]

3. Mathematische Modelle

> Denn eben wo Begriffe fehlen, stellt ein Modell
> zur rechten Zeit sich ein.
> *Johann Wolfgang von Goethe*[62]

Das Konzept des *mathematischen Modells*[63] verbindet auf raffinierte Weise die Positionen Hilberts und du Bois-Reymonds. Charakteristisch für die Verwendung mathematischer Modelle ist nämlich eine doppelte Funktion. Zum einen können lästige Fragen nach dem ontologischen und epistemischen Status der Theoriebildung abgewiesen werden: Wer *nur* ein Modell aufstellt, behauptet ja gar nicht, es ginge um die *Wirklichkeit* der betrachteten Natur. Ein Modell ist nicht wahr oder falsch, sondern richtig oder falsch

---

60 Bernays: *Abhandlungen zur Philosophie der Mathematik*. S. 9. Herv. GN.

61 Zitiert nach Bayer: *Hamanns Metakritik Kants*. S. 296.

62 Genauer: 90 % Goethe + 10 % GN.

63 Der Begriff ist vergleichsweise spät aufgekommen; der Physiker Heinrich Hertz (1857-1894) scheint einer der ersten zu sein, der diesen Begriff explizit verwendet. Für eine Darstellung der Geschichte des Modellbegriffs in den Naturwissenschaften und eine kritische Reflexion der mathematischen Modellierung vgl. Ortlieb: Exakte Naturwissenschaft und Modellbegriff; für die Verwendung in den Wirtschaftswissenschaften vgl. Ortlieb: Methodische Probleme und methodische Fehler der mathematischen Modellierung in der Volkswirtschaftslehre. Vgl. auch Mehrtens: *Moderne Sprache Mathematik*. S. 79 ff.

gerechnet und allenfalls geeignet oder ungeeignet für die jeweilige Problemstellung. Diese Position akzeptiert sowohl das *Ignorabimus* wie auch Hilberts metaphysische Offenheit. Zum anderen aber verspricht das Modell eine potentiell unendliche Perfektionierbarkeit, die ggf. sogar numerisch eindeutig quantifiziert werden kann. Innerhalb des gesteckten Rahmens ist ein unendlicher Fortschritt möglich; wo das eine Modell *jetzt* versagt, wird *bald* ein verbessertes funktionieren: *Wir müssen wissen, wir werden wissen.* Darüber hinaus werden aber auch harte metaphysische Voraussetzungen – in der Regel ohne weitere Reflexion – übernommen, die den von du Bois-Reymond explizit und von Hilbert implizit geäußerten entsprechen. Die dabei zugrunde gelegte ›Philosophie‹ ist häufig äußerst simpel[64]; eine charakteristische Formulierung ist etwa die folgende (vgl. auch Abb. 1):

> Jeder Versuch, Mathematik auf die reale Welt anzuwenden, besteht aus drei Schritten. Zuerst werden Naturerscheinungen beobachtet, dann auf ein mathematisches Modell abgebildet und die zugehörigen Gleichungen gelöst, und schließlich wird die inverse Abbildung vorgenommen.[65]

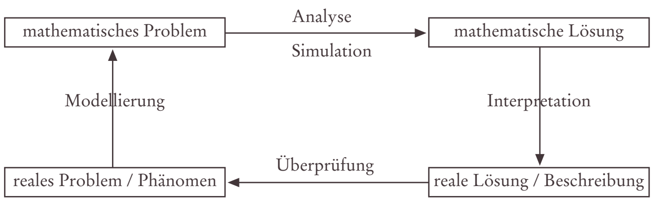

Abbildung 1: Ein typisches Modell für das Modellieren.[66]

Allerdings sind die ›Naturerscheinungen‹ bzw. ›realen Phänomene‹ gerade *nicht* bereits modellförmig gegeben als komplizierte Datenfülle, sondern sie werden beim Modellieren durch den speziellen, naturwissenschaftlichen Zugriff – das Experiment beobachtet etwa nur reproduzierbare Aspekte – erfasst; in der Abbildung 1 sind also die untere und die obere Ebene nicht von derselben Kategorie – im Widerspruch zur im Text beschriebenen Anwendung einer »inversen Abbildung« (d.i. Funktion oder Zuordnung),

64 Der Einsatz von Computern zur Lösung der entsprechenden Gleichungen forciert diese Naivität noch zusätzlich; lenkte einst die Schwierigkeit einer *analytischen* Lösung die Aufmerksamkeit auf den Modellierungsprozess selbst, so kann nun scheinbar das Denken durch gesteigerte Rechnerleistung ersetzt werden.

65 Görner/ Reißland: Biologie und Mathematik. S. 9.

66 Entnommen aus Ortlieb: Methodische Probleme und methodische Fehler der mathematischen Modellierung in der Volkswirtschaftslehre, in dem die Naivität dieses Modells vom Modellieren ebenfalls kritisiert wird.

die als Bild und Urbild (auf beiden Ebenen) mathematische Objekte voraussetzen würde. Die vorgängige Absicht des Modellierens prägt wesentlich den Blick auf das betrachtete Phänomen. Umgekehrt kann eine stärker am Phänomen orientierte Theoriebildung der Mathematisierung Widerstand entgegen setzen, worauf – für den Bereich der Soziologie – Niklas Luhmann zurecht aufmerksam macht:

> Meine Befürchtung ist, daß genuin soziologische Theorieüberlegungen, die nicht vorweg im Blick auf mathematische Modelle oder statistische Methoden der Datenanalyse konzipiert sind, ihre Abstraktionsgewinne mit einer Unschärfe bezahlen müssen, die für den Mathematiker nichts mehr besagt.[67]

Es könnte nun zwar so scheinen, als würde ganz im Sinne Kants formuliert[68], wenn ›Natur‹ gerade nicht das Wesen eines Dinges, sondern nur die empirisch – d.h. experimentell-naturwissenschaftlich – erfassbare Erscheinung bezeichnet; der Buchtitel *Die Natur ist unser Modell von ihr*[69] erschiene dann als konsequent kantisch. Allerdings werden hier Kants Untersuchungen der praktischen Philosophie und Urteilskraft vollständig ausgeblendet; außer der von ›uns‹ modellierten Natur[70] kommt nichts mehr in Betracht.[71] Die mathematische Formalisierung kann nun aber unbemerkt die interne, mathematische Rigidität und Konsistenz auf die Sicht der behandelten Problematik übertragen. Selbst wenn man zugibt, dass das aktuelle Modell die betrachtete Situation (noch) nicht perfekt repräsentiert, wird nur noch eine Beschreibung akzeptiert, die gleichsam ihr mathematisches Modell schon vorzeigen kann. Dass Situationen in Natur oder Gesellschaft möglicherweise nur vielperspektivisch unter Verzicht auf eine Universalperspektive zu beschreiben sind, kommt nicht mehr in Betracht.

---

67 Luhmann: Ergänzende Bemerkungen. S. 239.

68 Vgl. etwa Kant: *Kritik der reinen Vernunft*. A 125: »Die Ordnung und Regelmäßigkeit also an den Erscheinungen, die wir Natur nennen, bringen wir selbst hinein, und würden sie auch nicht darin finden können, hätten wir sie nicht, oder die Natur unseres Gemüts ursprünglich hineingelegt.«

69 Vgl. Braitenberg/ Hosp: *Die Natur ist unser Modell von ihr*.

70 Die dabei auftretenden Paradoxien, die etwa bei der Frage nach der ›Natur‹ des Modellierers auftreten, sind mit dem Begriff einer ›evolutionären Erkenntnistheorie‹ allenfalls benannt, aber in keiner Weise gelöst. Die entstehenden begrifflichen Schwierigkeiten werden entweder ausgeblendet oder es wird der naturwissenschaftliche Rahmen verlassen – Evolution beispielsweise ist ein nicht wiederholbarer Vorgang, also nicht experimentell zugänglich. Diese Problematik wird natürlich bei so genannten Weltmodellen besonders sinnfällig, in denen der Beobachter *per definitionem* enthalten sein müsste.

71 Dass eine Ontologie der Natur bzw. ein *Naturbegriff* in den modernen Naturwissenschaften fehlt, ist eine der Kernthesen in Georg Pichts naturphilosophischem Hauptwerk *Der Begriff der Natur und seine Geschichte*.

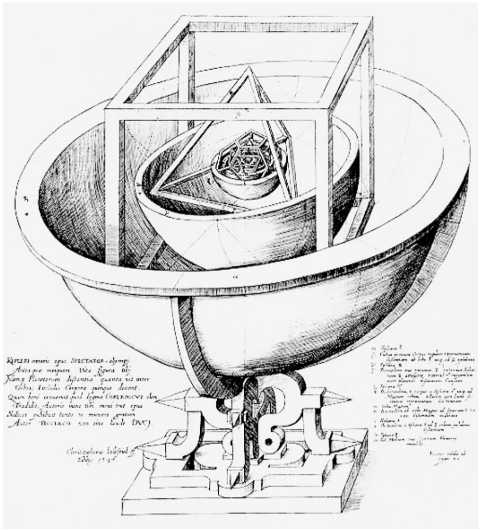

Abbildung 2: Johannes Kepler: *Mysterium Cosmographicum* 1596.

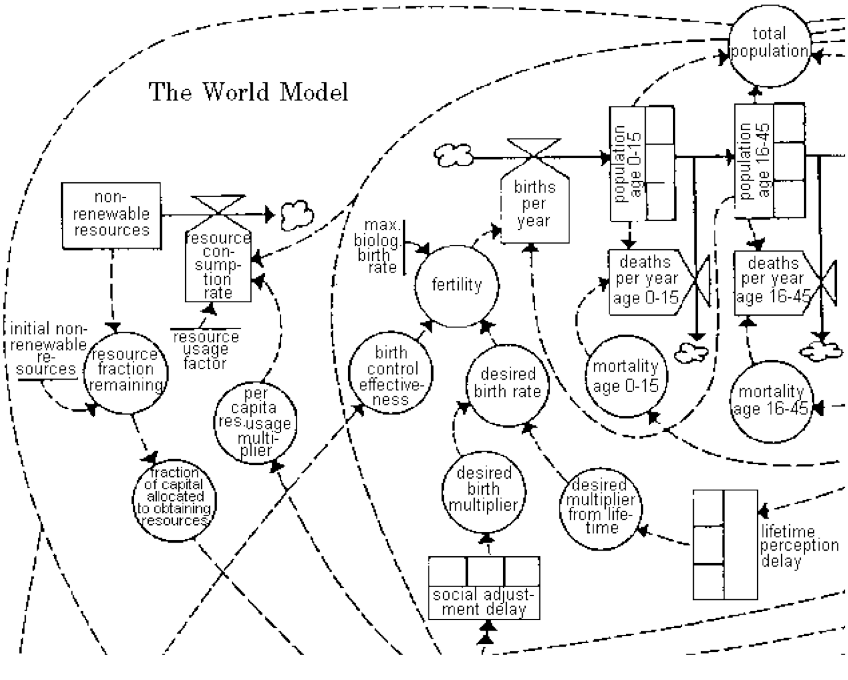

Abbildung 3:›World Model‹ (Ausschnitt) aus *Limits to Growth* 1972.

Die ›Eindimensionalität‹ der Modellbildung wird besonders deutlich, wenn eine scheinbar universale Perspektive eingenommen werden soll, wenn es also um Weltmodelle geht. Einen prägenden Einfluss hatte Anfang der 1970er Jahre das sogenannte *World Model* (vgl. Abb. 3) im ersten Bericht des *Club of Rome*[72], auch wenn sich nahezu alle Annahmen und konkreten Prognosen später als verfehlt herausstellten. Hier geht es nun gar nicht um die Präzision der Voraussagen. Besonders sinnfällig scheint mir die Funktion des Modells im Kontrast zu einem ebenfalls ›mathematischen‹ *Weltbild*, das Johannes Kepler (1571-1630) in seinem Frühwerk *Mysterium Cosmographicum* verwendet (vgl. Abb. 2). Ging es Kepler um eine umfassende Orientierung, um die Darstellung einer kosmischen Harmonie mit mathematischen Mitteln, so verzichtet das Weltmodell auf diesen ontologischen Anspruch und auf eine umfassendere Orientierungsleistung. Das Modell ist Hilfsmittel zur Problemlösung bezüglich einer ziemlich klar umrissenen pragmatischen Fragestellung; es repräsentiert eine vereinfachte Beschreibung der ›Welt‹, die als Netz komplizierter Kausalbeziehungen erfahren wird. Eine darüber hinausgehende Dignität des Modells, eine ästhetische Qualität etwa, wird nicht erwartet. Gerade dieser Verzicht ermöglicht dann die Präzision und Flexibilität, die das Keplersche Weltbild nicht zur Verfügung stellen kann. Bereits sein späteres Modell (oder Weltbild?) der elliptischen Planetenbahnen bedeutet einen wichtigen Schritt in diese Richtung.

Eine Gefahr des Modellierens scheint mir nun darin zu liegen, dass der Verzicht auf weitergehende Aussagen umschlägt in die Behauptung, es gäbe außerhalb des Modellrahmens – oder der Perspektive des Modellierens überhaupt – keine (sinnvollen) Aussagen oder Fragen. In den Verantwortungsbereich einer mathematischen Modellierung gehört aber zumindest die Benennung und Begründung von Abgrenzungen und Ausschließungen des Modellrahmens. Hierin liegt ein Minimum an Reflexion noch innerhalb der naturwissenschaftlichen Modellbildung, der eine Anschlussfähigkeit an ethische Diskurse ermöglichen soll, auch wenn dabei eine ›fachfremde‹ Kritik riskiert wird.

Schließlich ist noch anzumerken, dass mathematische Modelle auch schon *per se* eine normative Relevanz haben können, sofern sie ein System sozialer Regeln bilden. Dies gilt etwa für Wahlsysteme als implementierte Demokratiemodelle oder sozialpolitische Modelle (Rente, Steuern etc.). Hier äußert sich die vorausgesetzte Mathematisierung schließlich allzu oft als Alternativen ausschließender ›Sachzwang‹.

---

72 Vgl. Meadows (et al.): *The Limits to Growth: A Report for the Club of Rome's Project on the Predicament of Mankind.*

4. Natur – Struktur – Geist

Die bislang beschriebene Leistung der Mathematik für den Naturbegriff anderer Disziplinen hängt wesentlich an ihrer Mittelposition als Struktur- oder Formalwissenschaft im Unterschied zur Natur- und Geisteswissenschaft. Nur deshalb kann sie die von Kant zugewiesene, dominierende Rolle überhaupt erfüllen. Wäre sie eine Naturwissenschaft, so ginge das Apodiktische verloren. Wäre sie Geisteswissenschaft, so wäre nicht zu verstehen, warum ihre begriffliche Analyse auf empirische Erscheinungen überhaupt anwendbar sein sollte. Als freie Schöpfungen des menschlichen Geistes[73], der sich unter die strikten Regeln von Identität, Konsistenz stellt, können ihre Gegenstände einen unübertroffenen Grad an Deutlichkeit gewinnen, ihre Sätze apriorische Gültigkeit beanspruchen. Insofern sie (als Konstruktion) diesen strikten Konsistenz- und Identitätsregeln gehorchen, können sie auf die »Ordnung und Regelmäßigkeit an den Erscheinungen, die wir Natur nennen« angewendet werden. Erstaunlich ist die Kühnheit, mit welcher der menschliche Beobachter am Rande des Universums der Erscheinungen diese mit den Schöpfungen des eigenen Geistes zu beschreiben, gar zu prognostizieren und zu kontrollieren beansprucht.

Nun ist die Unterscheidung in Natur-, Geistes- und Strukturwissenschaften an sich bereits problematisch, geht etwa oft mit Verteilungskämpfen um die angeblich knapper werdenden Ressourcen einher. Und sie wird im Rahmen von (weniger methoden- als mehr problemorientierten) Grenzwissenschaften, wie etwa den Umweltwissenschaften, unterlaufen. Insofern ist diese Unterscheidung idealtypisch zu verstehen und soll hier auch gar nicht festgeschrieben werden. Zudem soll sie eher methodisch als ontologisch verstanden werden; es kann also durchaus im Rahmen einer klassischen Geisteswissenschaft naturwissenschaftlich gearbeitet werden und umgekehrt, auch wenn das eher die Ausnahme bleibt. Und diese Grenzziehung heißt gerade nicht, dass sich die Naturwissenschaften oder auch die Mathematik in einen ›Ethik-freien Raum‹ zurückziehen dürften.[74] Die Disziplinen bleiben grundsätzlich aufeinander angewiesen.

Bezüglich der in den Disziplinen genuin angelegten Reflexionsmöglichkeit und -bedürftigkeit lässt sich die Mittelstellung der Mathematik zwischen Natur- und Geisteswissenschaft nochmals illustrieren. Das unterscheidende

73 Auf Nikolaus Cusanus (1401-1464), den Urheber des entscheidenden Perspektivwechsels in der Philosophie der Mathematik, soll hier nur kurz hingewiesen werden, vgl. Nickel: Nikolaus von Kues: Zur Möglichkeit von theologischer Mathematik und mathematischer Theologie; und ausführlicher vgl. Nagel: *Nicolaus Cusanus und die Entstehung der exakten Wissenschaften*.

74 Wie ja auch die Ethik auf das Erfahrungsmaterial angewiesen bleibt.

Kriterium ist also, ob eine Disziplin in der Lage ist, *mit den eigenen Methoden* über ihre Grundlagen und Grundentscheidungen nachzudenken. Ein Indiz dafür ist die Intensität des Umgangs mit der eigenen Geschichte.

In den Naturwissenschaften wird eine solche Grundlagenreflexion systematisch ausgeblendet. Zwar gibt es gerade vor Paradigmenwechseln eine Analyse und Verschiebung der Grundbegriffe naturwissenschaftlicher Theorie und experimenteller Praxis – wie etwa in der Kritik des Raum- und Zeitbegriffs durch Albert Einstein (1879-1955). Allerdings bleiben auch tiefgehende Revolutionen jeweils innerhalb des mathematisch-experimentellen Rahmens. Die Wissenschaft selbst bleibt ihrem Gegenstand völlig äußerlich, der Beobachter in der Physik ist nicht sein eigener Gegenstand (insofern ist die Bezeichnung ›Relativitätstheorie‹ irreführend). Wo dies explizit thematisiert wird, ergeben sich Paradoxien, wie bereits bei du Bois-Reymond deutlich wurde.[75] Die Frage nach dem Wesen der Physik wird von der Physik selbst weder mit physikalischen Methoden beantwortet noch überhaupt diskutiert. Es wäre in der Tat ungereimt, ein Experiment zu fordern, das über die Zulässigkeit der experimentellen Methode entscheidet. Sehr klar drückt Georg Picht (1913-1982) diese Situation aus:

> Die Naturwissenschaftler können ihre Forschungen nur deshalb betreiben, weil sie seit Galilei beschlossen haben, die unermeßlich schwierige Frage, was sie zu ihren Erkenntnissen befähigt, auszuklammern. Sie fragen nicht nach der Natur überhaupt, weil sie entdeckt haben, daß der Verzicht, diese Frage zu stellen, ihnen Spielraum gibt, sich unbefangen der Erforschung der Phänomene innerhalb der Natur zu widmen.[76]

Im Gegensatz dazu ist die *Reflexion* integraler Bestandteil der Geisteswissenschaft, als Gegenstand wie als Methode. Philosophie etwa kann der Frage nach sich selbst nie über längere Zeit ausweichen: ›Philosophie‹ ist ein Gegenstand für die Philosophie.[77]

In der Mathematik lässt sich nun das eigentümliche Phänomen beobachten, dass mathematische Grundlagenfragen mit mathematischen Methoden diskutiert werden. Eine besonders intensive Phase dieser Bemühungen ist natürlich in der so genannten Grundlagendiskussion der

---

75 Den neuerlichen, höchst anregenden Versuch einer reflexiven Schließung auf naturwissenschaftlicher (?) Basis legt Otto Rössler (*1940) in seinem Werk *Endophysik* vor. Auch dieser wird allerdings mit nicht-naturwissenschaftlichen Paradoxien belohnt (vgl. auch Fußnote 69).

76 Picht: *Der Begriff der Natur und seine Geschichte*. S. 4. Seine Analyse zeigt, dass die Disziplinentrennung wesentlich auf die »Unvereinbarkeit des Determinismus der Naturwissenschaft mit dem Freiheitsbegriff der Geisteswissenschaft verursacht worden« ist. Ebd. S. 25.

77 Vgl. etwa auch den Beitrag von Julia Dietrich: Grundzüge einer Ethik der Ethik, in diesem Band.

ersten Jahrzehnte des 20. Jahrhunderts zu sehen. Die zunächst philosophische Frage nach den Gesetzen der Logik, nach zulässigen Beweisverfahren und Objekten der Mathematik kann im Rahmen der Hilbertschen *Metamathematik*, der Beweistheorie, Axiomatik, Mengenlehre (fast!) vollständig mathematisiert werden. Ja, es gelingt sogar, diese Thematik als *Sub*disziplin der Mathematik zu etablieren. Mittlerweile konnte so der *working mathematician* zur Tagesordnung übergehen, weitgehend unberührt von den Spezialproblemen dieser Grundlagenfächer. Anstatt die »unermesslich schwierige« Frage nach ihrer Erkenntnisbefähigung ganz auszublenden, kann sie aber doch in der Mathematik hinreichend entschärft werden:

> [D]ie bekannten Axiomensysteme [...] gelten heute bei den Mengentheoretikern als widerspruchsfrei. [...] Wie tragfähig ist diese Basis? Ihre Widerspruchsfreiheit ist nicht beweisbar; wir können nur intuitive Argumente für sie ins Feld führen.[78]

Und diese genügen, um ohne weitere Rückversicherung Mathematik zu betreiben. Die ggf. in Einzelbereichen auftauchenden logischen Widersprüche sind einerseits radikal auszuräumen, dienen aber andererseits als willkommene Motivation zur Präzisierung der verwendeten Konzepte: siehe etwa die Tieferlegung des Funktionsbegriffs von Leibniz bis Cauchy und Weierstraß[79] und natürlich die Entwicklung der Mengentheorie seit Bernard Bolzano und Georg Cantor. *Konsequent* mathematisch zu behandeln ist Mathematik nur um den Preis von Antinomien – und das heißt eigentlich gar nicht. Aber dies lässt sich wiederum ›gerade noch‹ mathematisch zeigen. Bernays beschreibt diese Situation – in weitgehender Übereinstimmung mit der Position Georg Cantors (1845-1918) – folgendermaßen:

> Philosophisch kann das Verfahren der Lösung der Antinomien durch die axiomatische Mengenlehre in dem Sinne gedeutet werden, dass man die Antinomien als Anzeichen dafür nimmt, dass die Mathematik als Ganzes nicht ein mathematisches Objekt bildet und dass also die Mathematik nur als eine offene Mannigfaltigkeit verstanden werden kann.[80]

---

78 Ebbinghaus (et al.): *Zahlen*. S. 306.

79 Vgl. hierzu die erhellenden Analysen von Imre Lakatos: *Beweise und Widerlegungen*, vgl. auch Fußnote 54.

80 Bernays: *Abhandlungen zur Philosophie der Mathematik*. S. 174; die beschriebenen Schwierigkeiten haben auch damit zu tun, dass eine Reflexion in der Mathematik insofern Probleme aufwirft, als die Mathematik nur über eine schlichte Identität verfügt. Eine Rückwendung zeigt also nichts Neues bzw. läuft auf Antinomien auf. Diese als neue Erkenntnis zu sehen, ist bereits ein hermeneutischer Vorgang, also im Bereich der Philosophie anzusiedeln.

Die hier beschriebene Offenheit der Mathematik – die etwa in zeitlicher, metaphysischer, ästhetischer Hinsicht genauer zu beschreiben wäre – lädt gerade auch die Ethik dazu ein, das Gespräch mit ihren Mitteln weiterzuführen. Ethik in den Wissenschaften dient als *eine* wesentliche Reflexionsdimension, nämlich in normativer Hinsicht. Insofern Wissenschaften einen ›Naturbegriff‹ ihres Gegenstandes u.a. mathematisch formulieren – und hier ist die Ethik selbst mitbetroffen (siehe die vereinnahmenden Tendenzen von Ökonomie und Soziobiologie)! – ist die Ethik in den Wissenschaften angehalten, die Rolle der Mathematik bei dieser Formulierung zu reflektieren. Konnte der vorliegende Aufsatz hierzu einen Beitrag leisten, so waren die Mühen beim Abfassen nicht ganz vergeblich.

4. Literatur

BARROW, John D.: *Warum die Welt mathematisch ist*. Übersetzung und Nachwort von Herbert Mehrtens. Frankfurt a.M. 1993.

BAYER, Oswald: *Hamanns Metakritik Kants*. Stuttgart 2002.

BERNAYS, Paul: *Abhandlungen zur Philosophie der Mathematik*. Darmstadt 1976.

BEUTELSPACHER, Albrecht: *In Mathe war ich immer schlecht ...* Braunschweig 1996.

du Bois-Reymond, Emil: *Reden in zwei Bänden*. Leipzig 1912.

BOOSS, Bernhelm, und Klaus Krickeberg (Hg.): *Mathematisierung der Einzelwissenschaften*. Basel u. Stuttgart 1976.

BRAITENBERG, Valentin, und Inga Hosp (Hg.): *Die Natur ist unser Modell von ihr*. Reinbek bei Hamburg 1996.

CREASE, Robert P.: *The Play of Nature. Experimentation as Performance*. Bloomington 1993.

CASSIRER, Ernst: Determinismus und Indeterminismus in der modernen Physik. In: E.C.: *Zur modernen Physik*. Darmstadt 1994.

EBBINGHAUS, Heinz-Dieter (et al.): *Zahlen*. Berlin 1988.

GALILEI, Galileo: *Il saggiatore: Nel quale con bilancia esquisita e giusta si ponderano le cose contenute nella Libra astronomica e filosofica di Lotario Sarsi Sigensano/ Scritto in forma di lettera*. Roma, Appresso Giocomo Mascardi 1623.

GÖRNER, Peter, und Andrea Reißland: Biologie und Mathematik. In: *Mathematisierung der Einzelwissenschaften*. Hg. v. Booss, Bernhelm, und Klaus Krickeberg. Basel 1976. S. 8-21.

GRÄFRATH, Bernd: *Evolutionäre Ethik? Philosophische Programme, Probleme und Perspektiven der Soziobiologie*. Berlin 1997.

HACKING, Ian: What Mathematics Has Done to Some and Only Some Philosophers. In: *Mathematics and Necessity*. Hg. v. Timothy Smiley. New York 2000. S. 83-138.

HEGEL, Georg Wilhelm Friedrich: *Phänomenologie des Geistes*. Frankfurt a.M. 1993.

HEINTZ, Bettina: *Die Innenwelt der Mathematik: zur Kultur und Praxis einer beweisenden Disziplin*. Wien 2000.

HILBERT, David: *Natur und mathematisches Erkennen. Vorlesung ausgearbeitet von Paul Bernays*. Göttingen 1989.

HILBERT, David: *Wissen und mathematisches Denken. Vorlesung ausgearbeitet von Wilhelm Ackermann*. Göttingen 1988.

HILBERT, David: *Naturerkennen und Logik*. In: Gesammelte Abhandlungen. Band 3. Berlin 1970. S. 378-387.

HOYNINGEN-HUENE, Paul (Hg.): *Die Mathematisierung der Wissenschaften*. Zürich 1983.

HUME, David: An Enquiry Concerning Human Understanding. In: *The Empiricists*. Garden City/ NY 1974.

IHMIG, Karl-Norbert: *Grundzüge einer Philosophie der Wissenschaften bei Ernst Cassirer*. Darmstadt 2001.

KAMBARTEL, Friedrich: Ethik und Mathematik. In: *Die Rehabilitierung der praktischen Philosophie*. Hg. v. Manfred Riedel. Freiburg i.Br. 1972.

KANT, Immanuel: *Kritik der reinen Vernunft*. In: Werke. Band 3. Hg. v. Wilhelm Weischedel. Darmstadt 1956.

KANT, Immanuel: *Kritik der Urteilskraft*. In: *Werke*. Band 8. Hg. v. Wilhelm Weischedel. Darmstadt 1956.

KANT, Immanuel: *Metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaft*. In: *Werke*. Band 8. Hg. v. Wilhelm Weischedel. Darmstadt 1956.

LAKATOS, Imre: *Beweise und Widerlegungen*. Braunschweig 1979.

LUHMANN, Niklas: Ergänzende Bemerkungen. In: *Mathematisierung der Einzelwissenschaften*. Hg. v. Boos, Bernhelm, und Klaus Krickeberg. Basel u. Stuttgart 1976. S. 236-239.

LUHMANN, Niklas: *Die Wissenschaft der Gesellschaft*. Frankfurt a.M. 1998.

LUHMANN, Niklas: Ethik als Reflexionstheorie der Moral. In: N.L.: *Gesellschaftsstruktur und Semantik*. Frankfurt a.M. 1998. S. 358-447.

MCCARTY, David Charles: David Hilbert and Paul du Bois-Reymond: Limits and Ideals. In: *One hundred years of Russell's paradox. Mathematics, logic, philosophy*. Hg. v. Godehard Link. Berlin 2004. S. 517-532.

MEADOWS, Donella H. (et al.): *The Limits to Growth: A Report for the Club of Rome's Project on the Predicament of Mankind*. London 1972.

MEHRTENS, Herbert: *Moderne Sprache Mathematik*. Frankfurt a.M. 1990.

NAGEL, Fritz: *Nicolaus Cusanus und die Entstehung der exakten Wissenschaften*. Münster 1984.

NICKEL, Gregor: Weltbühne Labor – Das naturwissenschaftliche Experiment als theateranaloge Aufführung. In: *Symposion Theatertheorie, LAG-Materialien* 39/ 40 (1999). S. 203-213.

NICKEL, Gregor: Perspectives on Scientific Determinism. In: *Between Chance and Choice. Interdisciplinary Perspectives on Determinism*. Hg. v. Atmanspacher, Harald, und Robert Bishop. Thoverton 2002. S. 33-49.

NICKEL, Gregor: Zwingende Beweise. Zur subversiven Despotie der Mathematik. In: *Ethik und Ästhetik der Gewalt*. Hg. v. Dietrich, Julia, und Uta Müller-Koch. Paderborn 2006. S. 261-281.

NICKEL, Gregor: Ethik und Mathematik – Randbemerkungen zu einem prekären Verhältnis. In: *Neue Zeitschrift für Systematische Theologie und Religionsphilosophie* (2006). S. 412-429.

NICKEL, Gregor: *Wechselseitige Beobachtungen von Ethik und Mathematik*. Manuskript. Tübingen 2005.

NICKEL, Gregor: Nikolaus von Kues: Zur Möglichkeit von theologischer Mathematik und mathematischer Theologie. In: *Spiegel und Porträt. Zur Bedeutung zweier zentraler Bilder im Denken des Nicolaus Cusanus. Festgabe für Klaus Reinhardt zum 70. Geburtstag*. Hg. v. Inigo Bocken. Maastricht 2005. S. 9-28.

ORTLIEB, Claus Peter: Bewusstlose Objektivität. Aspekte einer Kritik der mathematischen Naturwissenschaft. In: *Hamburger Beiträge zur Modellierung und Simulation* 9 (1998).

ORTLIEB, Claus Peter: Exakte Naturwissenschaft und Modellbegriff. In: *Hamburger Beiträge zur Modellierung und Simulation* 15 (2000).

ORTLIEB, Claus Peter: Methodische Probleme und methodische Fehler der mathematischen Modellierung in der Volkswirtschaftslehre. In: *Hamburger Beiträge zur Modellierung und Simulation* 18 (2004).

PAUEN, Michael: *Illusion Freiheit? Mögliche und unmögliche Konsequenzen der Hirnforschung*. Frankfurt a.M. 2004.

PERNKOPF, Elisabeth: Alphabetisierte Natur? Sprachformen in den Naturwissenschaften. In: *Spiel mit der Wirklichkeit. Zum Erfahrungsbegriff der Naturwissenschaften*. Hg. v. Reinhold Esterbauer. Würzburg 2004. S. 81-94.

PICHT, Georg: *Der Begriff der Natur und seine Geschichte*. Stuttgart 1990.

PRIMAS, Hans: *Chemistry, Quantum Mechanics and Reductionism*. Berlin 1983.

RÖSSLER, Otto E.: *Endophysik. Die Welt des inneren Beobachters*. Berlin 1992.

SERRES, Michel: *Hermes I. Kommunikation*. Berlin 1991.

SOKAL, Alan D., und Jean Bricmont: *Eleganter Unsinn: Wie die Denker der Postmoderne die Wissenschaften mißbrauchen*. München 1999.

WIGNER, Eugene P.: The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences. In: *Communications on Pure and Applied Mathematics* 13 (1960). S. 1-14.

WOLFF-METTERNICH, Brigitta-Sophie von: *Die Überwindung des mathematischen Erkenntnisideals*. Berlin 1995.