Warum gilt 1 + 1 = 2?

Prof. Dr. Gregor Nickel:

Philosophie der Mathematik

(Vorlesung im Sommersemester 2015)

Stand: 07.06.2015

Ein Thema in dem von Platon verfassten Text „Phaidon“, in dem es um die Unsterblichkeit der Seele geht, ist das Kreislaufargument von Sokrates, dessen Schüler Phaidon war. Es besagt, dass ein Zusammenhang zwischen Werden und Vergehen besteht und dass etwas entsteht, indem das Gegenteilige geht. So Entsteht zum Beispiel Dunkelheit, wenn das Licht, welches ja das Gegenteilige der Dunkelheit ist, geht. Gleichermaßen beschreibt Phaidon das Zweiwerden. Er sagt, dass wenn sich zwei des Gleichen immer weiter annähern, sie irgendwann zweiwerden. Hingegen beschreibt er auch, dass wenn Eines geteilt wird, dass daraus ebenfalls zwei werden. Es lässt sich also aus der Behauptung, dessen Ursache und dem Gegenteil hiervon wieder das Kreislaufargument erkennen, und damit kann man also nach Phaidon begründen, dass 1+1=2 ist.

A. K.

Zunächst denkt man erstmal, dass es sich hierbei um eine klare und natürlich wahre Aussage hält. Allerdings lässt sich dieser Sachverhalt nicht beweisen. Es handelt sich um ein Axiom und wird daher einfach vorausgesetzt. Wenn man dann annimmt, dass 2 der Nachfolger von 1 ist, lässt es sich deutlich machen. Wenn man zu einer Zahl, eine weitere dazu zählt, kommt man zu seinem Nachfolger, in diesem Fall die 2 als Nachfolger der 1. Alles in Allem, handelt es sich um eine wahre Aussage, die allerdings Axiome voraussetzt.

A. H.

Diese Rechnung basiert ja zunächst auf elementaren Überlegungen der Menschen. Ich habe hier ein bestimmtes Objekt und dort ebenfalls eins und suche nun einen Begriff, mit dem ich beide zusammenfassen oder deren Vielzahl bennen kann. Dazu müssen die Objekte natürlich entsprechend gleichartig oder gleichwertig sein, bzw. eine gemeinsame Eigenschaft besitzen.

A. K.

In Platons Text "Phaidon" kann man die Gleichung 1+1=2 auf den Körper und die Seele eines Menschen beziehen, die laut Sokrates jede für sich eins sind, aber zu zwei werden, wenn sie sich nahe kommen (vgl. 97a). Für mich hat das nichts mit Mathematik zu tun, da Körper und Seele zu addieren meiner Meinung nach das Gleiche ist, wie Äpfel und Birnen zu addieren. Die rein mathematische Gleichung 1+1=2 ist natürlich gültig, erstens, weil sie so definiert ist, und zweitens, weil man es an zwei Fingern abzählen kann.

A. H.

Das ist vermutlich eine der ältesten Fragen oder Definitionen oder Axiome der Mathematik bzw. der Menschheit. Letztendlich kann man sich aber auch fragen wieso ein Apfel ein Apfel ist und nicht zwei. Es geht dabei nicht um die Bezeichnung von der "1" oder "2" als eins und zwei. Wenn man sich damit anfreunden kann, dass ein Apfel eben einer ist und nicht zwei Apfel und man bekommt noch einen Apfel mehr, dann hat man so dann einen Apfel mehr als einen Apfel und wenn man dieses Spiel nicht ewig treiben will, so tut man gut daran sich einen neuen Begriff für einen Apfel mehr als einen Apfel zu erdenken und das hat man im Deutschen zwei genannt. Vielleicht ist es aber auch sinnvoller hier "2" zu schreiben, weil wir sonst bei einer Debatte um unsere Sprache wären. Vielleicht haben also die Menschen vor ewigen Zeiten die Notwendigkeit erkannt, dass man mehr als nur die "1" (und die "0") braucht, um manche Dinge aus dem Alltag praktisch darstellen zu können oder Handel treiben zu können und die Deutschen haben sich irgendwann überlegt, dass ihnen die "2" praktischer und besser erscheint, um "1" und "1" auszudrücken, als "II" wie es früher mal war. Aus heutiger Sicht ist das auch kein allzu großes Problem mehr, man versteht und akzeptiert es, lernt dass 1+1=2 ist und so weiter bis man die Zahlen nicht mehr kennt, aber vielleicht war es irgendwann mal wirklich ein großes Thema dieses Axiom, diese Definition in die Köpfe der Menschen zu bekommen. Dass man es heute so hinnimmt ohne groß darüber nachzudenken, würde Sokrates wahrscheinlich mit der Unsterblichkeit der Seele erklären.

B. V.

Eine spannende Frage auf die man wohl nie die eine richtige Antwort finden kann. 1+1 kann zwei sein, muss es aber nicht. Genauso gut kann 1+1=0 sein. Im ersten Fall ist 1 eine ganze Zahl. Die Addition zweier ganzer Zahlen wurde irgendwann einmal festgelegt und ist als Definition zu sehen, die nicht bewiesen werden kann und muss. Im zweiten Fall handelt es sich um das Rechnen mit Restklassen (hier: modulo 2). Auch hier wurde das Addieren zweier Elemente definiert und muss somit nicht bewiesen werden. Die Frage ob 1+1=2 ist hängt also mit der Perspektive zusammen, die im Moment des Betrachtens der Frage eingenommen wird. Deshalb kann sie auch allgemein nicht für richtig oder falsch erklärt werden.

C. D.

Die Behauptung, dass 1+1=2 ist, kann man mit Hilfe der Peano-Axiome beweisen.
Nach den Axiomen gilt:

- 0 ist eine natürliche Zahl ($0 \in N$),
- jede natürliche Zahl n hat einen Nachfolger S(n),
- 0 ist kein Nachfolger einer natürlichen Zahl.

Weiterhin gilt für die Addition: $n+0 = n$ und $n+S(m) = S(n+m)$ (rekursive Definition der Addition).
Die ersten natürlichen Zahlen lassen sich wie folgt definieren: S(0)=1, S(1)=2, … .

Damit gilt: 1+1 = 1+ S(0) = S(0+1) = S(1) = 2.

C. R.

Zunächst einmal muss man damit beginnen Mengen einen gewissen Zahlenwert zuzuordnen. Wenn ich nun zum Beispiel keine Münze vor mir liegen habe, dann ordne ich dieser Menge den Zahlenwert 0 zu. Wenn ich eine Münze vor mir liegen habe, dann ordne ich ihr den Zahlenwert 1 zu. Sehe ich nun Münze und Münze dann ordne ich ihr den Zahlenwert 2 zu. Das kann ich beliebig oft fortsetzen. Wenn nun eine Münze vor mir liegt und ich eine weitere dazulege, erhalte ich die Situation Münze und Münze. Dieser Situation habe ich den Zahlenwert 2 zugeordnet. Mit dem Dazulegen einer weiteren Münze habe ich nichts anderes getan, als eine Münze zu addieren. Die Addition einer Münze und einer weiteren ergab den Zahlenwert 2. Also folgt daraus 1 +1 = 2. Schlussendlich hängt dies aber von der Zuordnung der Zahlenwerte ab. Meine Variante entspricht dabei der gängigen Konvention.

F. L.

Ganz offensichtlich gilt die oben genannte Gleichung 1+1=2, daher begründe ich im Folgenden die Richtigkeit selbiger. Nimmt man als Beispiel eine Person, die sich in einem Raum befindet, und es kommt eine weitere Person in diesen Raum, addiert sich zu der ersten Person eine zweite und somit ist die Anzahl an Personen im Raum zwei. Dieser Argumentationsgang begründet sich auf die von der Menschheit definierten Gesetze. Hiernach ist eben Addition, eine Hinzunahme, und bei einer Zunahme von einem ist der Ertrag eben einer mehr. Dass nach der Zahl 1, die Zahl 2 folgt, wurde ebenfalls von der Menschheit definiert. Eine andere Begründung geht das Problem von der anderen Seite an. Teilt man das Ergebnis 2 in zwei gleich große Teile, so erhält man jeweils Einsen, die addiert eben wieder 2 ergeben. Sprich, würde man beispielsweise zwei Stifte so aufteilen, dass man zwei Leuten jeweils einen Stift gibt, hat jeder einen und zusammen haben sie zwei. Dieser Ansatz beruht auf derselben Begründung, wie der erste und ist daher logisch und komplett nachvollziehbar. Abschließend ist noch zu sagen, dass es keinen Grund gibt die Richtigkeit des o.g. Problems anzuzweifeln. In unserem Zahlensystem und in unserem Verständnis von Mathematik gibt es darüber keine zwei Meinungen. Andere Kulturen oder andere Systeme würden möglicherweise das Gegenteil beweisen, jedoch ist es für uns eindeutig richtig.

F. S.

Für den Menschen war es schon immer lebensnotwendig sich die Umwelt zu erklären um sie besser zu verstehen. Es war enorm wichtig Zusammenhänge zu erkennen, wie zum Beispiel: Ein Blitzeinschlag löst ein Feuer aus → das Feuer ist heiß und kann zum braten etc. benutzt werden → das gebratene Fleisch ist länger haltbar und besser verträglich → die Menschen sind gesünder und unabhängiger von den äußeren Umständen. Solche Beispiele gibt es viele. Ein Höchstmaß an Ordnung entstand durch die Einführung von Zahlen. Man schuf sich ein System von Regeln und erklärte sie für allgemeingültig. Dazu gehört dann selbst verständlich ein Zusammenhang zwischen den einzelnen Zahlen und Zahlengruppen. Man entschied, dass es sinnvoll ist Zahlen zusammenfassen zu können und voneinander abhängig zu machen, genau so wie auch die Dinge in der Natur voneinander abhängig sind. Aus diesem Grund ist 1+1=2.

F. G.

Um eine solche Theorie aufzustellen muss zunächst die Zählbarkeit, also die Einheit (Existenz als abgeschlossener, unterscheidbarer Gegenstand/Phänomen) angenommen werden. Damit eine Beschäftigung mit dem Zählen solcher Einheiten sinnvoll ist, muss zudem eine Mehrzahl dieser gegeben sein.
Sind diese Voraussetzungen erfüllt, ist es eigentlich nur noch eine Frage der Definition bzw. Konvention. Legt man die natürlichen Zahlen als {1,2,3,…} bzw. {0,1,2,...} fest und definiert die geordnete Reihenfolge der Nachfolger angefangen bei 1 bzw. 0, so wie es in unserem Zahlensystem üblich ist, ergibt sich folgende Regel (die sich natürlich auch anders formulieren lässt):

$0 ≔ \emptyset$ #0=0
$1 ≔ \{\emptyset\}=\{0\}$ #1=1
$2 ≔ \{\emptyset,\{\emptyset\}\}=\{0,1\}$ #2=2
$3 ≔ \{\emptyset,\{\emptyset\},\{\emptyset,\{\emptyset\}\}\}=\{0,1,2\}$ #3=3
$4 ≔ \{\emptyset,\{\emptyset\},\{\emptyset,\{\emptyset\}\},\{\emptyset,\{\emptyset\},\{\emptyset,\{\emptyset\}\}\}\}=\{0,1,2,3\}$ #4=4
… …
$n ≔ \{\emptyset,\{\emptyset\},\ldots,\{\emptyset,\{\emptyset\},\ldots\}\}=\{0,1,2,\ldots,n\}$ #n=n
Die induktive oder rekursive Regel und die dazugehörigen Symbole sind also nicht mehr als eine Konvention – 1+1:=59 oder beliebige andere Konventionen wären genauso denkbar. Es gibt kein Naturgesetz oder etwas vergleichbares, was uns dazu zwingt, diese Art und Weise der Zählung zu nutzen. Entscheidend ist jedoch, dass innerhalb einer Gruppe alle Mitglieder dieselbe Konvention verwenden, damit eine unkomplizierte Kommunikation möglich ist.

F. O.

Bei der Gleichung 1+1=2 handelt es sich um ein Axiom, dass nicht mathematisch bewiesen werden kann, jedoch logisch begründet. Einerseits gilt 1+1=2 ist eindeutig und ohne große Erklärung ersichtlich. Nimmt man zum Beispiel einen Apfel und fügt diesem noch einen Apfel hinzu, so ist eindeutig, dass man nun zwei Äpfel hat und somit die Gleichung erfüllt ist.

Auf der anderen Seite gibt es jedoch Systeme in der Mathematik, in denen nicht 1+1=2 gilt. Wenn man sich in einem Modulo 2 System bewegt, so ist 1+1=10, da in diesem System anders als in unserem gebräuchlichen 10er System schon bei der 2 und nicht erst bei der 10 eine Zahl angefügt wird.

Somit kommt es auf das jeweilige System an, ob 1+1=2 gilt. In unserem gebräuchlichen 10er System jedoch ist dies, wie oben erläutert, eindeutig richtig.

H. O.

Diese Aussage scheint auf den ersten Blick sehr einleuchtend und einfach zu sein, doch wenn man sich länger mit ihr auseinander setzt, fällt auf, dass es nicht möglich ist, sie zu verifizieren, ohne die Peano-Axiome zu benutzen. Die Peano-Axiome sind Definitionen, die von Richard Dedekind entwickelt wurden, um die natürlichen Zahlen zu strukturieren:

1. 0 ist eine natürliche Zahl.
2. Jede natürliche Zahl n hat eine natürliche Zahl n' als Nachfolger.
3. 0 ist kein Nachfolger einer natürlichen Zahl.
4. Natürliche Zahlen mit dem Nachfolger sind gleich.
5. Enthält X die 0 und mit jeder natürlichen Zahl n auch ihren Nachfolger n', so bilden die natürlichen Zahlen eine Teilmenge von X. (vgl. Wikipedia)

Neben diesen Axiomen definiert Richard Dedekind ebenfalls die uns heute wohlbekannten Regeln für die Addition und jene für die Multiplikation. Außerdem definiert er die 1 als Nachfolger der 0, so dass sich additiv folgende rekursive Formel ergibt: 1=0+1, verallgemeinert also: n'=n+1.Um die gegebene Gleichung zu verifizieren, ist nun folgendermaßen vorzugehen:

1 ist eine natürliche Zahl. Sie hat dadurch einen Nachfolger, der sich mithilfe der oben genannten Formel bestimmen lässt: n'=n+1, in unserem Fall also: 1'=1+1. Laut der Definition der natürlichen Zahlen ist der Nachfolger der Zahl 1 die natürliche Zahl 2, dementsprechend gilt 1'=2. Da nun 2=1'=1+1 gilt, sieht man direkt, das 1+1=2 sein muss.

Dennoch ist es offensichtlich, dass diese Gleichung nur zu verifizieren ist, weil man sich auf Definitionen und Konventionen geeinigt hat, die die Reihenfolge der natürlichen Zahlen bestimmen. Wäre es beispielsweise 1, 3, 2, 5, 4 etc., wäre die 3 der Nachfolger von der natürlichen Zahl 1. Somit müsste gelten 3=1'=1+1, und das widerspricht unserer ausgehenden Fragestellung.

Ein anderes Beispiel, in welchem die obige Aussage nicht zutrifft, wäre das Binär- oder Dualsystem, denn hierbei werden nur die beiden Zahlen 0 und 1 verwendet, um die restlichen Zahlen darzustellen. Unsere gegebene Aufgabe würde folgendermaßen aussehen: 1+1=10. Diese steht offensichtlich im Widerspruch zur Ausgangsgleichung 1+1=2.

Auch im Körper Z/2Z (Z modulo 2Z) gilt die Gleichung nicht, denn dieser Körper enthält ebenfalls nur die Zahlen 0 und 1, die alle restlichen Zahlen darstellen können. Die Vorgehensweise gestaltet sich folgendermaßen: Jede Zahl wird auf ihren Rest bei der Division mit 2 abgebildet. Somit ergäbe 1+1 zunächst 2, würde anschließend aber direkt bei der Division durch 2 auf ihren Rest 0 abgebildet werden. Daraus folgt also, dass im Körper Z/2Z 1+1=0 gilt, was unserer gegebenen Aussage ebenfalls widerspricht.

Es ist also offensichtlich, dass diese Gleichung nur dann verifiziert werden kann, wenn durch Definitionen und Konventionen festgelegt wurde, dass sie gilt. In verschiedenen Systemen oder auf unterschiedlichen Mengen, können andere Folgerungen entstehen, da die Zahlen anders definiert sind.

I. W.

Die Tatsache, dass 1+1=2 ist, stellt das erste Grundwissen eines jeden Kindes dar, das sich auf irgendeine Weise mit Mathematik befasst. Nach Peano ist 1 die kleinste natürliche Zahl und es lässt sich jede weitere natürliche Zeit als n+1 darstellen. Jede natürliche Zahl hat also eine nachfolgende Zahl, die jedoch niemals 1 betragen kann. Somit wäre wohl die Antwort der meisten Menschen „Ja“, wenn man ihnen die Frage stellt, ob 1+1=2 ergebe. Allerdings lässt sich das – in meinen Augen – nicht pauschalisieren. Nehmen wir an, dass wir uns im Dezimalsystem befinden, ist diese Aussage korrekt. Nimmt man allerdings das Dualsystem, so ergibt 1+1=10. Somit kann die Frage mehrere Antworten haben, die jede auf ihre Art und Weise und in ihrem Blickwinkel korrekt sind.

J. G.

Am einfachsten ist meiner Meinung nach ein Zugang über den Zählaspekt der Zahl. Ich setze hierbei voraus, dass die natürlichen Zahlen (und ihre Reihenfolge) sowie die Operation Addition als Hinzufügen oder Ergänzen bekannt sind. Dann gibt es einen Zustand (1), indem man eine Einheit vorliegen hat. Dann addiert man eine weitere Einheit / fügt man eine weitere Einheit hinzu und gelangt zu Zustand (2), in welchem man nun zwei Einheiten hat.

J. P.

1. Versuch

   Nach der Benennung die einst festgelegt wurden ist, ist die Zahl 1 ein Teil (zB. ein Gegenstand).
   Gehen wir von einem Gegenstand aus, so ist ein Ball 1x Ball. Fügen wir einen weiteren hinzu, so haben wir die doppelte Menge. In unsere Sprache wurde diese als zwei (2) festgelegt. In römischen Zahlen kann man dies anschaulich sehen, da die senkrechten Linien die Anzahl der "Teile" darstellen soll. Hat man also I + I so werden beide zusammen geschrieben. Da man sie eben durch das addieren zusammen fügt. Also ist das Ergebnis II. Man kann es in diesen Zeichen "sehen". Übersetzt wären es eben.

2. Versuch.

Gehen wir davon aus, dass 1=(3/3)=(1/3)+(1/3)+(1/3) ist. So haben wir in Dezimalzahlen 1= 0,3`+ 0,3` + 0,3`. ( ` soll dabei das Periodenzeichen sein). Würde man dies ausschreiben so würden es jedoch 0,9` sein, was der 1 gleichgesetzt wird. Würde man es ausschreiben, so würde ein unendlich kleiner Teil fehlen (in Dezimalzahlen betrachtet. Nicht als Bruch betrachtet.) Damit ist die Voraussetzung, das 1=1 ist bereits widerlegt und 1+1 würde 0,9`+0`9 sein und damit 1,9`8 und dies ist ungleich der 2.

K. B.

Bei dieser Frage sind zwei Dinge wichtig.

1. Der Zahlenwert:

Irgendjemand hat einer Menge (mit einem bestimmten Wert) einer Zahl zugeteilt. Es wurde festgelegt, dass die Zahl 1, den Wert 1 hatte, und die Zahl 2, den Wert 2. Dieses kann man durch folgendes Beispiel erklären.

kein Apfel = 0
Apfel = Menge a = 1
Apfel, Apfel = Menge b = 2
Apfel, Apfel, Apfel = Menge c = 3
usw.

2. Addition

Mit der Hilfe der definierten Zahlenwerte kann man jetzt rechnen.

Beispiel 1: Menge a+ Menge b= Menge c
1 + 2 = 3
Beispiel 2: Menge a+ Menge a= Menge b
1 + 1 = 2

Zusammenfassung: Dieses funktioniert nur, weil man den Zahlen einen bestimmten Wert gegeben hat und sie dadurch definiert hat. Hätte man gesagt, dass unsere definierte 1 eigentlich 3 geheißen hätte, hätte man diese Gleichung nicht so beweisen können.

L. W.

Das 1+1=2 ist, gilt für mich, da man zwei einzelne Elemente miteinander kombiniert. Man hat ein Element/eine Person auf der einen Seite und ein anderes Element/ eine andere Person auf der anderen Seite. Treffen nun die verschiedenen Elemente/ Personen in einem bestimmten Raum aufeinander, kann man sie noch als einzelne Elemente/Personen ansehen, aber in diesem bestimmten Raum sollte/muss man die zwei Elemente/Personen zusammenhängend betrachten! → 1 Element auf der einen Seite + 1 Element auf der anderen Seite = 2 zusammenhängende Elemente im bestimmten Raum

L. S.

In der Geschichte der Mathematik hat sich das Zeichen "2" als der Nachfolger von der mit "1" bezifferten natürlichen Zahl Eins entwickelt. Dies bezieht sich auf die arabische Zahlzeichen Kultur. Unsere benutzten Ziffern sind lediglich Darstellungen von Zahlen. Es gibt mehrere verschiedene Darstellunsmöglichkeiten z.B. die römischen Zeichen. Egal wie man Zahlen darstellt, der Nachfolger von Eins ist immer Zwei. Den Nachfolger einer natürlichen Zahl erhält man, indem man Eins addiert. Deshalb gilt 1+1=2.

L. M.

Didaktisch am einfachsten nachvollziehen können SchülerInnen in der Grundschule dies wohl an Gegenständen. Hat man von einem, z.B. einer Birne, einen, so schreiben wir nach Übereinstimmung 1. Haben wir nun eine weitere Birne, so ist auch diese 1. Addieren wir diese beiden, so haben wir das Doppelte von 1. Dies ist nach Übereinstimmung beschrieben als „2“. Mathematisch ist das Ergebnis anhand natürlicher Zahlen und der Regeln für die Addition beweisbar. Dies kann in anderen mathematischen Körpern aber falsch sein, da bspw. nur bestimmte Zahlen Elemente des Körpers sind.

M. H.

Die Frage nach der Summe von 1 und 1 ist eine interessante Frage. Es ist eine Frage, die sich auf einer der einfachsten Ebenen der Mathematik bewegt, dem Summieren. Für fast jeden Menschen auf der Welt wird es eindeutig sein, dass wenn man einer Einheit von irgendetwas eine Weitere zufügt, man zwei Einheiten eben dieser hat. Jedoch fällt es schwer dies auch zu beweisen, da elementare Mathematik wie diese, viele Jahrhunderte, vielleicht sogar Jahrtausende zurück geht, als irgendwer, irgendwann einmal entschieden hat, das die Zahl 1 gleich 1 ist und man Dinge summieren kann. Dies logisch und plausibel zu erklären fällt nicht leicht.

In der Vorlesung haben wir über Platons Dialog "Phaidon" gesprochen, dessen Begründungsversuche recht simpel, aber dennoch einleuchtend zu sein scheinen.

1. Wenn man Gleiches Gleichem zufügt, hat man zweimal das Selbe, also zwei Einheiten eben dieser Einheit. Man kann also, rein bildlich zeigen, dass wenn man zu einer Einheit, einem Gegenstand, die/das Selbe dazugibt, zwei davon vorhanden sind.

2. Wenn man Eines hat und dieses in der Mitte zerbricht (Beispiel aus der Vorlesung: Ein Stück Kreide in der Mitte zerbrechen), erlangt man zwei Einheiten von dem Gegenstand oder Objekt. Alleine ist der Gegenstand eine Einheit, also Eins, getrennt wird er zu zwei Einheiten, also zu einer Zwei.

Man kann also durch das Zusammenführen von zwei einzelnen Einheiten zwei Einheiten schaffen, aber auch durch das Zerbrechen einer Einheit zwei schaffen.

M. C.

Betrachtet man die Entfernung von einem Punkt P zu einem Punkt Q als eine Gerade mit der Länge von 1.
Läuft man auf direktem Weg die Strecke hin und auf dem selben web auch wieder zurück, läuft man automatisch einen doppelt so langen Weg.
Die abgelaufene Strecke ist also 2 Einheiten lang.

M. W.

Der Grund warum eine solche Aussage noch nie mathematisch korrekt bewiesen werden konnte, trotz einer Vielzahl an Versuchen, liegt schlicht und ergreifend daran, dass diese Aussage auf keiner mathematisch gefestigten Grundlage aufbaut, sondern vielmehr als die Grundlage aller Dinge fest angenommen wird. Und so wie die Frage nach dem Ursprung des Menschen oder des Universums bleibt auch diese Gleichung vorerst unbewiesen.

Schauen wir uns aber dennoch verschiedene Indizien an, die darauf hinweisen könnten, dass eine solche Gleichung dennoch gültig ist. Dazu nehmen wir an, dass $1 + 1 = 2$ nicht gelte. Dann wäre es nicht möglich, dass menschliches Leben überhaupt existiert, denn der Körper braucht Zellteilung, damit er heranwächst beziehungsweise sich erhält. Des Weiteren wären grundlegende mathematische Sätze, die für andere komplexere Beweisführungen der Mathematik nötig wären wie zum Beispiel $\sin^2 x + \cos^2 x$ oder $\ln e$ nicht gleich 1 und das wäre fatal und nicht stimmig mit der Wirklichkeit wie wir sie erleben. So, und das sollte doch nun wirklich die Frage nach der Korrektheit der Gleichung beantwortet haben!

Aber Moment mal… wie kommen dann all die Rechnungen in der Akustik zustande? Denn dort gilt doch nicht $1 + 1 = 2$ sondern auf einmal $1 + 1 = 3$, denn 2 gleichlaute Schallquellen ergeben auf einmal einen lauteren Pegel?! Kann es denn sein, dass all unsere mit Bedacht aufgebauten Systeme nicht gültig sind?

Wer weiß das schon… Der heutige Abend ist jedenfalls zu kurz um ein System, was zu schön ist um wahr zu sein, infrage zu stellen.

M. R.

Um sich innerhalb einer „gemeinsamen Mathematik“ zu verständigen müssen grundsätzlich geltende Axiome festgelegt werden. Diese „gemeinsame Mathematik“ bezieht sich allerdings nicht nur auf die „hohe Mathematik“, sondern beginnt auch bei alltäglichen Situationen. Möchte man auf dem Wochenmarkt nicht nur einen Apfel sondern zwei Äpfel kaufen, so muss es eine mathematisch-sprachliche Möglichkeit geben dies auszudrücken. Wenn also für den Gegenstand „Apfel“ die Zahl „eins“ festgelegt wird und für die Gegenstände „Apfel“ und „Apfel“ die Zahl „zwei“, so leitet sich davon die Behauptung ab, dass 1+1=2 ist.

M. T.

Im Kindesalter hat man gelernt, dass 1+1=2 ist, genauso wie ein Elefant grau ist und ein Quadrat vier gleichlange Seiten hat. Dieses wird ganz allein durch die Bedeutung dieser Begriffe gewährt.
In der Hochschule hingegen lernt man oder bei alltäglich beobachtbaren Dingen sieht man, dass dieses nicht immer gilt. Betrachtet man Modulo 2, so ist 1+1=0. Auch wenn man einen Regentropfen hat und noch einen dazu nimmt, hat man nicht zwei Regentropfen, sondern einen größeren Regentropfen. Schaut man sich jedoch ein Paar Schuhe an, so fällt direkt auf, dass ein Paar Schuhe aus zwei einzelnen Schuhen besteht und dass zwei einzelne Schuhe ein Paar Schuhe bilden. Dass 1+1=2 ist, scheint also eine Frage von der Übertragung des Konzepts der Häufigkeit auf bestimmte Gegenstände zu sein.

M. R.

Meist schon vor der Grundschule gehört zu dem Wissen eines Kindes, dass 1+1=2 gilt. Sind erst einmal die Zahlen eins bis zehn in der richtigen Reihenfolge bekannt, so kann dies schnell selbst „hergeleitet“ werden. Zum Beispiel wenn man in jeder Hand einen Apfel hat und somit erkennt, dass man insgesamt zwei Äpfel besitzt. In der weiteren schulischen Laufbahn wird den meisten jedoch bewusst, dass man diese vermeintlich logische Gleichung in nicht allen Kontexten korrekt verwenden kann. Betrachtet man die Summe 1+1 im Binärsystem, so fällt einem schnell auf, das die Gleichung hier für 1+1=10 erfüllt ist und nicht für 1+1=2. Ähnlich verhält es sich auch bei der Rechnung mit Modulo 2. Hierbei ist 0 das richtige Ergebnis für die Summe 1+1. Insgesamt scheint es so zumindest in verschiedenen Kontexten immer unterschiedliche Lösungen zu geben, sodass nicht immer 1+1=2 gilt. Würde man aber zufällig Personen auf der Straße befragen, was die Summe aus 1+1 ergibt, würden dies wahrscheinlich alle mit 2 beantworten, da das die Lösung des gebräuchlichsten und am häufigsten verwendeten Kontext ist.

M. M.

Die Begründung von 1+1=2 wird über Peano-Axiome definiert. Die Peano-Axiome beinhalten fünf Axiome, welche die natürlichen Zahlen und ihre Eigenschaften charakterisieren. In diesem Fall kann man das zweite Axiom nach Peano als folgende Form anwenden.

„Jede natürliche Zahl hat genau einen Nachfolger.“

Die Eins definierte Peano als Nachfolger der Null: 1:=0'

Aus dieser Definition folgt mit der Additionsdefinition für den Nachfolger N' ist durch n'=n+1 definiert. So müsste laut Definition der Nachfolger von 1 dann 2 sein. Wobei an einem Punkt ein Anfang gesetzt werden muss (z.B. bei der 0). Die Nennung des Nachfolgers oder die

Symbolvergabe ist nicht definiert. Es spielt keine Rolle, ob die Zahl nun zwei, „2“, „II“ oder auch two genannt wird.

Vorneweg muss gesagt werden, dass dies nicht beweisbar ist. Ein Axiom ist eine grundlegende Aussage, die ohne Beweis hingenommen werden kann. Bei dieser Rechnung geht es um Regeln, die aufgestellt wurden und an die man sich hält. Die Regeln sind zweckmässig.

Letztlich kann man sich ein Axiom als Gesetz oder Spielregel vorstellen, welches definiert wurde.

Dies gilt auch bei den Axiomen. Es sind Regeln, an die man sich hält, wenn man diese mathematisch anwendet. Die Regeln sind zweckmässig und ein Werkzeug, um viele Dinge in der realen Welt nachvollziehen zu können.

Stellt sich die Frage auf, ob man 1+1=2 beweisen kann, so kann man ein ganz einfaches Gegenbeispiel anbringen. Legt man einen Apfel neben einen anderen Apfel und nun im Besitz von zwei ist, beweist man lediglich die Zweckmässigkeit dieses Axiom. Man zeigt damit auch, dass man nicht sagen kann, dass es nicht zwei Äpfel sind. Eine Gegenbegründung wäre nicht möglich.

Die Mathematik hilft dabei Verständnis für Regeln aufzubringen und wie im Beispiel mit den Äpfeln mit den Regeln umzugehen

N. C.

Auf die Frage, warum 1+1 = 2 ist, lässt sich sehr schwer eine Antwort finden, wenn man nicht darauf verweisen darf, dass es so festgelegt wurde. Zum einen würde ich für die Erklärung ein Beispiel aus dem Alltag heranziehen. Nimmt man einen Apfel und teilt diesen in der Mitte, so erhält man zwei Apfelhälften. Weiter könnte man, um 1+1 mithilfe einer Bewegung zu verdeutlichen, zunächst die eine Hälfte mit der linken Hand greifen und danach die andere mit der rechten. Betrachtet man nun seine Hände, sieht man die beiden Apfelhälften und erkennt, dass 1+1=2 ist.

Zum anderen könnte man 1+1=2 mithilfe des Nachfolgers von Zahlen erklären. Um von einer Zahl den Nachfolger zu erhalten, addiert man zu dieser Zahl eins. Geht man nun von der Zahl eins aus und sucht ihren Nachfolger, so muss man natürlich auch die eins addieren und erhält schließlich die zwei, die bekanntlich der Nachfolger der Eins ist. D.h. man hat 1+1 gerechnet und das Ergebnis lautet zwei, womit gezeigt wäre, dass 1+1=2 gilt.

N. S.

Zunächst sind die Zahlen 0-9 Namen für eine definierte Summe oder Anzahl. Wenn man eine Anzahl mit einer anderen Anzahl addiert, dann hat man die Summe der beiden Anzahlen. Nehmen wir an, man hat 2 Euro in 1 Eurostücke, d.h. wir addieren die beiden Anzahlen also 1 Eurostücke und erhalten die Summe von 2 Euro.

R. T.

Die Aussage 1+1= 2 lässt sich mathematisch nicht beweisen. Schuld daran ist aber nicht die Schwierigkeit der Aussage, sondern es liegt daran, dass diese Aussage per Definition genau so bestimmt ist. Damit meine ich, dass die Begriffe 1, 2 sowie + und = klar und eindeutig definiert sind. Die 1 ist eine Beschreibung für das einfache Element. Hat man also genau ein Stück oder das erste Element einer Menge wird dieses mit dem Namen 1 betitelt und als das erste Glied definiert. Das Zusammenfügen mehrerer Elemente ist als Addition (+) definiert. Fügt man nun zwei der einfachen Elemente zusammen wird ein neuer Begriff, quasi eine neue Definition, für diesen Zustand benötigt, welchen wir als 2 bezeichnen. Auf dieser Basis lassen sich alle restlichen Elemente der natürlichen Zahlen beschreiben und auch beweisen solange man eine klare Definition der 1 und 2 zu Grunde liegen hat. Das größte Problem in meinem Versuch 1+1= 2 zu begründen ist in meinen Augen die 0. Es ist schwer die Null in die Begründung mit einzubauen. Eigentlich muss sie als erstes Glied bzw. Element definiert werden, dies macht aber den Versuch die Gleichung zu begründen sehr kompliziert.

Ein anderer Ansatz um die Gültigkeit der obige Aussage zu begründen sind die Peano- Axiome. Doch auch mit diesen Axiomen gelingt es nicht diese Aussage zu beweisen, sie lässt sich aber gut veranschaulichen und nachvollziehen.

R. B.

Bevor man zur Beantwortung dieser Frage gelangen kann, muss man zunächst einige Vorüberlegungen anstellen, in denen man die Bestandteile dieser Aussage untersucht.

Was also bedeutet „1“, wie sind „+“ und „=“ zu interpretieren und wofür steht „2“? Dabei gelangt man unweigerlich zu der Erkenntnis, dass all diese Dinge auf mehr oder weniger willkürlichen Setzungen basieren. Im Folgenden liege stets das Bild des Zahlenstrahls, das schon in den ersten Schuljahren bemüht wird, zu Grunde.

Bei diesem Bild, in dem der Zahlenstrahl ursprünglich mit „0“ beginnt, ist der Punkt „1“ eine beliebige Markierung. Die Zahl „1“ steht für den Abstand des Punktes zur 0. Das Zeichen „+“ bedeutet nun die Addition von Strecken. Wir erreichen zunächst den Punkt „1“ und setzen dort eine weitere Strecke der Länge 1 an. Bei einer weiteren Addition würde nun dieser neue Punkt als Anfang der nächsten Strecke gewählt. Das Zeichen „=“ zeigt an, dass keine weiteren Strecken hinzugefügt werden. Die Bezeichnung „2“ für den Endpunkt der Strecke „1+1“ ist wiederum eine willkürliche Setzung und verkürzt schlicht die Schreibweise.

Dass also „1+1=2“ gilt, ist Folge verschiedener Setzungen, die die Basis der Arithmetik in den natürlichen Zahlen bilden und ergänzt um Definitionen von beispielsweise der „Hälfte von …“ oder der Erweiterung des Zahlenstrahls in die entgegengesetzte Richtung nach selbem Prinzip neue Zahlbereiche erschließen.

R. S.

1+1=2 ist eine wahre Aussage auf Grundlage der fünf geltenden Peano-Axiome, welche besagen, dass 0 eine natürliche Zahl ist, dass jeder Nachfolger einer natürlichen Zahl ebenfalls eine natürliche Zahl ist, dass 0 nicht der Nachfolger einer natürlichen Zahl ist, dass wenn die Nachfolger zweier natürlichen Zahlen gleich sind auch die Zahlen selbst gleich sind und schließlich, dass das Induktionsprinzip gilt. Der Wahrheitsgehalt von 1+1=2 würde sich nur ändern, würden die Axiome geändert werden, welche jedoch wegen ihres logischen Grundsatzes einfach vorausgesetzt werden.

S. S.

Eins plus Eins ergibt in unserer heutigen Gesellschaft zwei, da zu irgendeiner Zeit eine Konvention über die Begriffe „Eins“ „plus“ und „Zwei“ gab. Es könnte genauso Eins plus Eins gleich Drei heiße, hätte man sich damals darauf geeinigt. Mathematisch betrachtet ist die Aussage „Eins plus Eins gleich Zwei“ ein Axiom, es wird also ohne Beweis angenommen.

S. Z.

Im Phaidon geht es um die Seele, sowie ihr Verbleiben nach dem Tod und das Verhältnis, dass diese zum Körper hat.
Sokrates möchte an seinem Todestag die Unsterblichkeit der Seele bei einem Gespräch mit seinen Schülern versuchen zu erklären.
Für Sokrates ist jede Seele unzerstörbar und beinhaltet in ihr die Kenntnisse, Fähigkeiten und Erinnerungen des Menschen, wie in Menon schon näher erläutert wurde. Nach seinem Verständnis bewohnt, beherrscht und bewegt die Seele den Körper, sie verleiht ihm durch ihre Anwesenheit das Leben.

> *„[...] tot sein, wenn der Körper getrennt von der Seele für sich allein ist und auch die Seele getrennt vom Körper für sich allein ist [...]“*

Wenn nun ein Mensch stirbt trennt sich die Seele von ihm, woraus der Zerfall des Körpers folgt. Der Körper ist keine Hilfe für die Seele, sondern verwirrt und schadet ihr, er behindert sie sogar, durch seine Unzuverlässigkeit täuscht er die Seele. Der Körper lenkt die Aufmerksamkeit der Seele vom Suchen der Wahrheit ab und hin zu unzählige unwichtigen Dingen.
Im Verlauf der Seelenwanderung, die als bewiesen angesehen wird, da sie Teil der sogenannten Gegenteile, wie schlafen und aufwachen ist, verbindet sie sich nacheinander mit verschiedenen Körpern. Demnach besteht kein Grund zur Todesfurcht, denn der Tod bedeutet nur, dass der jeweilige Körper zerstört wird, die Person aber ist die Seele, die immer intakt erhalten bleibt.
Die Seele in Zusammenhang mit dem Körper ergibt das Sein.

S. K.

In Phaidon behandelt Platon, durch einen Dialog zwischen Sokrates, seinem Schüler Phaidon und weiteren Schülern Sokrates`, erneut die Hypothese der Unsterblichkeit der Seele im Angesicht von der Hinrichtung seines Lehrers. Sokrates sieht den Tod als etwas wünschenswertes an, da seiner Theorie nach nur der Körper stirbt und somit die Seele ihre irdischen Fesseln ablegt und zu wahrer Erkenntnis gelangen könne. Denn der Körper behindert seiner Meinung nach nur die Tätigkeit der Seele.

So schreibt Sokrates ihr Eigenschaften wie göttlich, unsterblich, vernünftig, eingestaltig und unauflöslich zu, während er den Körper als menschlich, sterblich, unvernünftig, vielgestaltig und auflöslich bezeichnet. Den lebenden Menschen sieht er also als Einheit von Körper und Seele mit gegenteiligen Eigenschaften. Für das Zustandekommen dieser beiden Zustände, das Leben als Mensch und das Leben nach dem Tode (sofern man dies so bezeichnen kann), sieht Sokrates zwei Ursachen in einem sich stets wiederholendem Kreislauf: Die Vereinigung und die Spaltung. Mit der Geburt werden Körper und Seele (wieder-)vereint und mit dem Tode getrennt. Sokrates vergleicht diesen Kreislauf mit dem des Wachseins und des Schlafens, dem Prozess des Aufwachens und des Einschlafens. Demnach entsteht nicht nur Tod aus Leben, sondern auch Lebendiges aus Gestorbenem und daher müssen die Seelen der Gestorbenen wieder ins Leben zurückkehren (Modell der Seelenwanderung)

S. P.

Warum gilt 1 + 1 = 2? — Begründen Sie, oder begründen Sie das Gegenteil!“.
Die Aussage „1+1=2“ beruht auf einer mathematischen (willkürlichen) Konvention.
Diese basiert einerseits auf einer mengentheoretischen Idee, dass zwei Einheiten eines Elements, die doppelte Anzahl (2) ergeben, andererseits auf einer algebraischen Syntax die die Addition zweier natürlicher Zahlen repräsentiert. Die natürlichen Zahlen in dieser Aussage sind dabei Repräsentanten, die beliebiger Elemente darstellen.

S. W.

Meiner Meinung nach hängt diese Gleichung 1+1=2 davon ab, wie man die Zahlen definiert hat. Wenn die Gleichung gelten sollte, dann muss die Zahl 1 der Menge so zugeteilt werden, dass die Menge tatsächlich den Wert von 1 enthält. Und diese Regel muss für die andere Zahl 2 genau so gelten. Beispiel:
Wenn man einen Kasten mit Äpfeln hat, muss es gelten:
Apfel=Menge 1=1
Apfel, Apfel= Menge 2=2
…usw.
Außerdem muss die Zahl 2 ein Nachfolger von der Zahl 1 sein. Wenn man Apfel, Apfel(aus dem Beispiel) als 3 definiert, kann es auch 1+1=3 heißen.

S.-R. C.

Damit diese Gleichung gelten kann, muss zunächst klar sein, dass die Bezeichnung „1“ für eine Einheit gilt. Außerdem muss generell definiert werden, dass es für mehrere Einheiten weitere Bezeichnungen gibt und die „2“ die auf die „1“ folgende Bezeichnung ist. Des weiteren muss definiert sein, dass die jeweils folgende Bezeichnung durch das Addieren („+“) der Einheit „1“ erreicht wird. Zusätzlich muss das Zeichen „=“ eingeführt werden um eine Gleichheit von zwei Bezeichnungen auszudrücken. Erst wenn diese Definitionen gemacht sind, lässt sich die Gleichung „1+1=2“ aufstellen.

Es wird also deutlich, dass selbst eine so banale Gleichung wie diese, die bereits in früher Kindheit gelernt wurde, erst eine Reihe an Konventionen und Definitionen benötigt, bevor man Aussagen über ihre Gültigkeit treffen kann.

T. M.

Plato behauptet in "Phaidon", dass alle Dinge aus ihrem Gegenteil entstehen. So wird beispielsweise der Begriff *lebend* durch das Gegenteil, *nicht tot sein*, definiert, welches wiederum durch sein Gegenteil *lebend* definiert wird. So entsteht ein geschlossener Kreis. Außerdem sagt er, dass zwei Dinge nur deshalb gleich sind, da sie dieselbe Idee des Gleichen teilhaben. Die Ursache, dass Dinge zwei geworden sind, ist die Vereinigung, dass man sie nebeneinander gestellt hat uns die einzelnen Dinge sich nahegekommen sind. Und falls jemand eines zerspaltet, ist diese Spaltung die Ursache dafür, dass sie zwei geworden sind. Dieser

Weg wäre wiederum das Gegenteil von der Ursache des Zweiwerdens. Somit enthält man einen geschlossenen Kreis aus Behauptung, Ursache und Gegenteil und damit muss 1+1=2 sein.

T. B.

Als Grundlegung für die Addition sind einmal (Körper) Axiome festgesetzt worden, die nicht bewiesen werden können, sondern eine Definition darstellen. Nach dieser Definition gilt 1*1=1 und 0+1=1 und 0*1=0. Weiterhin gilt, dass 1+1=2, 2+1=3 usw. wiederrum als Definition. Die Zahlen sind folglich nur Zeichen für eine Definition mit der man rechnen kann, es kann folglich nicht bewiesen werden, warum 1+1=2 ist da es eine Definition ist. Es wäre ebenso möglich, dass 1+1=3 und 3+1=2, wenn man von einer anderen Definition, die im Vergleich zur anerkannten Definition die Zahlen 2 und 3 vertauscht, ausgeht.

T. K.

Die Definition 1+1=2 kann man auf zwei unterschiedliche Art und Weisen erklären. Zum einen gibt es nach den Körperaxiomen auf jede natürliche Zahl n Element aus N einen Nachfolger n+1 . Es gibt nur eine natürliche Zahl, nämlich die Null, die nicht selbst Nachfolger einer anderen natürlichen Zahl ist. So hat also auch die Zahl eins einen Nachfolger, nämlich die zwei. Die Summation der Zahl eins steht somit für die Differenz zwischen zwei natürlichen Zahlen. Summiert man die eins zu einer natürlichen Zahl, so erhält man als Ergebnis den Nachfolger dieser natürlichen Zahl.

Versucht man, die obige Rechnung auf abstraktere Art und Weise zu erklären, so gelingt dies mit Beispielen aus unserem Alltag. Man hat einen Schuh am Fuß und zieht noch einen Weiteren an. Dann ist von der schon bereits vorhandenen Einheit "Schuh" noch ein weiterer dazu gekommen. Man hat nun also zwei Schuhe an. Die Ziffer zwei ist eine Art, diesen Sachverhalt besser auszudrücken und zu vereinfachen.

V. G.

Nach dem Grundaxiom der natürlichen Zahlen hat jede Zahl $n \in \mathbb{N}$ genau einen Nachfolger, wobei natürlich irgendwo ein Anfang gemacht werden muss, zum Beispiel bei 0 oder 1. Wie dieser Nachfolger genannt wird oder mit welchem Symbol er aufgeschrieben wird, ist nicht definiert. Es wird so nicht gesagt, wie wir die Zahl symbolisieren (z.B. 2, II,…). Man könnte es aber auch so sehen, dass 2 eine Abkürzung für 1+1 ist, ebenso wie 3 eine Abkürzung für 1+1+1 ist.

V. G.

Für 1+1=2 gibt es keinen Beweis. Dies ist nur wahr, weil jemand in der Vergangenheit die 2 als Nachfolger für die 1 definiert hat. Es kommt also zunächst einmal darauf an, welche Annahmen für die Welt festgelegt werden. 1+1=2 ist ein Axiom und ist eine unabgeleitete

Aussage, die weder beweisbar ist noch als Wahrheit gelten kann.

1+1=2 sagt im Grunde eine Erhöhung von Materien aus.

Ein Beispiel: Es gibt jeweils einen Stein. Wenn man nun einen Stein, der für sich eins ist, in einen Beutel legt, befindet sich nun ein Stein in diesem Beutel. Wiederholt man dies und legt einen weiteren Stein, der auch für sich eins ist, in den Beutel, hat man 2 Steine in diesem Beutel. Es ist nicht möglich, dass sich eine andere Anzahl an Steinen als 2 in diesem Beutel befinden, wenn man zweimal einen Stein hineingelegt hat. Die Tatsache, dass aus zwei einzelnen Steinen 2 Steine wurden, ist damit begründet, dass man sie zusammengelegt hat. Dies ist auch die Ursache für das „Zweiwerden“ von zwei Materien, egal welcher Art, die für sich eins sind.

V. M.

Einen mathematisch korrekten Beweis für dieses Phänomen, welches wir schon als Kinder als selbstverständlich erachtet haben, anzugeben, gestaltet sich schwierig.
1+1=2 gilt als Grundlage für unsere alltäglichen und die meisten mathematischen Überlegungen und kann somit als feststehende Regel bzw. als feststehendes Axiom in unserem Zahlensystem angesehen werden. Aber nicht in allen Systemen gilt dieses Axiom, denn im Binärsystem geht man beispielsweise davon aus, dass 1+1=10 gilt.
Meiner Ansicht nach ist dadurch das Zählen von zwei nebeneinander liegenden Äpfeln nicht als Beweis für obiges Phänomen zu sehen, sondern nur als Anwendung des Axioms.

W. B.