

Lehramt und mathematische Bildung

Prof. Dr. Gregor Nickel
Philosophie der Mathematik
(Sommersemester 2017)

Zitat:

„Es ist eine in mathematischen und verwandten Fächern durchaus falsche Vorstellung, daß man nicht viel mehr zu wissen brauche, als man zu lehren hat. Das trifft höchstens für den Universitätslehrer zu, der eben in manchen Vorlesungen bis an die Grenzen seines Wissens geht, weil dieß dann überhaupt die Grenzen seines Wissens sind. Aber ich behaupte: um die Elemente der Mathematik in bildender Weise zu lehren, muss der Lehrer durchtränkt sein von der Quintessenz des ganzen mathematischen Wissens. Dann erst wird sein Unterricht Klarheit gewinnen; zwar nicht jene niedere Klarheit, die man auch Trivialität nennt, sondern das tiefe und deutliche Erfassen des mathematischen Gedankens wird der Vorzug seiner Lehrer werden, und dadurch wird er reinigend auf den Denkprozess der mittleren Schüler, begeisternd auf den Berufenen wirken.“

Paul Du Bois-Reymond, 1874

Essays:

Im ersten Abschnitt des Zitats wird davon erzählt, dass ein mathematischer Lehrender seinen Schülern so viel beibringt, wie er zu wissen vermag. Also, dass er in einem gewissen Thema nur die Grundkenntnisse haben muss, um etwas zu unterrichten. Dies sei der Fall. Jedoch sagt er anschließend sofort auf diese Bemerkung, dass nur ein Dozent an der Universität zu diesem im Stande wäre. Denn dieser geht beim Unterrichten an die Grenzen seines Wissens, weil dieses Wissen schon die Grenze des Themas darstellt.

Jedoch behauptet Paul Du Bois-Reymond, dass ein Mathematiklehrer sich das ganze Wissen über die Mathematik ereignen. So würde in seinem Unterricht Klarheit existieren und der Kontext der einzelnen Fachgebiete besser verstanden werden. So würde der Denkprozess für die Schüler vereinfacht werden.

Wenn man dieses Zitat auf heute überträgt erkennt man, dass vieler Ähnlichkeiten heute immer noch existieren. Vor Allem im Mathematikunterricht tun sich die Kinder schwer damit, sich mit den einzelnen Themen auseinanderzusetzen. Denn für sie gibt es dafür keinen Realitätsbezug, sodass ihnen alles abstrakt und sogar unlogisch vorkommen kann. Deswegen sind die Schüler mehr dazu geneigt die Mathematik komplett abzustoßen. Heutzutage wird im Unterricht sehr oft den Kindern, wie Paul Du Bois-Reymond es sagt, nur Aufgabentypen erklärt. Jedoch fehlt dabei der Ansatz, woher diese Aufgaben kommen oder in welchen alltäglichen Bezug sie zu unterordnen sind.

Dies fehlt unseren Lehrern. Würde man den Schülern den Kontext der Aufgaben und den Ursprung erklären, würde es für sie leichter werden diese zu verstehen. Reymond meint, dass dadurch die Tiefe erreicht werden würde.

Die Philosophie der Mathematik könnte eine Rolle spielen, in dem man die Schüler ein wenig darüber informiert, wie man die mathematischen Probleme herausgefunden hat. Man könnte den Schülern quasi vorzeigen wie gewisse Mathematiker an eine Aufgabe herangegangen sind und diese exakt den Schülern machen lassen, damit sie selbst eine gewisse Vorstellung davon erhalten können, wie die Mathematik ursprünglich benutzt wurde. Dadurch würde man die nötige Tiefe und einen gewissen Denkanreiz für die Schüler herstellen.

Des Weiteren ist die Mathematik etwas was durch viele Beobachtungen, Entdeckungen und

durch Ausprobieren entstanden ist. Man kann die Schüler in diesem Weg inspirieren und durch gewisse mathematische Experimente die Schüler dazu fördern.

So würde man dem Unterricht gewisse Klarheit verschaffen und der „trockene“ Mathematikunterricht würde auch sehr viele Abwechslungen für die Schüler bringen.

Sie würden neben dem rechnerischen Teil auch noch eine Seite sehen, wie all dies entstanden ist. Dies würde ihre Erwartungen und ihren Denkprozess steigen lassen.

Samet Aydemir

Das oben genannte Zitat des Tübinger Mathematikers Paul Du Bois-Reymond stammt aus einer Denkschrift aus dem Jahre 1874, die im Staatsarchiv Ludwigsburg (Bestand E 202/ Bü 326) zu finden ist (vgl. Beutelspacher, Danckwerts, Nickel, Spies & Wickel, 2011, S. 10 f.). Du Bois-Reymond, der vor seiner Lehrtätigkeit als Professor auch als Lehrer tätig gewesen ist (vgl. Paul Du Bois-Reymond, https://de.wikipedia.org/wiki/Paul_Du_Bois-Reymond), setzte sich zu diesem Zeitpunkt mit der Frage auseinander, ob Lehrerinnen und Lehrer wissenschaftlich oder enzyklopädisch gebildet sein müssten (vgl. Beutelspacher et al., 2011, S. 11). Er sprach sich, wie oben genanntes Zitat zeigt, für eine wissenschaftliche Ausbildung eines Lehrers aus (vgl. ebd.).

Du Bois-Reymond spricht in seiner Auseinandersetzung mit der Thematik, wie Lehrerinnen oder Lehrer ausgebildet werden müssen, einige Punkte an, die auch in unserer heutigen Zeit noch einen hohen Stellenwert und Aktualitätsbezug besitzen. So stellt er es als „falsche Vorstellung“ (s.o.) heraus, „daß man nicht viel mehr zu wissen brauche, als man zu lehren hat.“ (s.o.). Im Zuge der LehrerInnenausbildung (insbesondere im Gymnasialbereich) an deutschen Universitäten wird man immer wieder mit dem Vorurteil konfrontiert, man lerne in der Universität Inhaltsstoffe, die weit über die eigentlichen Unterrichtsinhalte hinausgehen, also weit über das, was man als zukünftige Lehrerin bzw. zukünftiger Lehrer den Bildungsstandards nach unterrichten muss und dies sei der späteren Berufstätigkeit nicht angemessen. Beutelspacher et al. sprechen in ihren Ausführungen richtiger Weise aber davon, dass zu der LehrerInnenausbildung „eine solide fachmathematische Grundbildung“ (Beutelspacher et al., 2011, S. 2) zähle. Um den SchülerInnen Mathematik vermitteln zu können, muss man sie auch über die schulischen Seite Inhalte hinaus verstanden haben. Nur so kann man hinterher eine fachliche Reduktion der mathematischen Inhalte auf Schülerniveau vornehmen und SchülerInnen in ihren mathematischen Fähigkeiten und Interessen (auch über die schulischen Inhalte hinaus) individuell fördern. Nach Du Bois-Reymond muss „der Lehrer durchtränkt sein von der Quintessenz des ganzen mathematischen Wissens“ (s.o.), um den Schülerinnen und Schülern Mathematik überhaupt erst vermitteln zu können (vgl. s.o.). Die wichtigsten fachmathematischen Grundsteine im Studium zu legen, ist also unerlässlich. Weiterhin ist allerdings auch zu bedenken, dass Mathematiklehrerinnen und -lehrer nicht nur inhaltlich auf ihren zukünftigen Beruf vorbereitet werden müssen, sondern auch didaktisch, ein wesentlicher Ausbildungsbestandteil, der im oben genannten Zitat keine Beachtung findet. Lehrerinnen und Lehrer müssen nicht nur ausgebildet werden, in dem was für mathematische Inhalte sie lehren sollen, sondern auch wie diese Inhalte den Schülerinnen und Schülern nähergebracht werden können. Nach Beutelspacher et al. sollen ausgebildete Lehrerinnen und Lehrer dazu in der Lage sein, „mathematische Denkprozesse bei Schülerinnen und Schülern anzustoßen, zu begleiten und zu beurteilen.“ (Beutelspacher et al., 2011, S. 16). Es ist wichtig, Schülerinnen und Schülern mathematische Grundkompetenzen zu vermitteln, da Mathematik in vielen Lebensbereichen heute unerlässlich ist. Zudem sollte Mathematik als Problemlösungsprozess im Vordergrund stehen, der Schülerinnen und Schüler in der Ausbildung wesentlicher kognitiver Kompetenzen schult (vgl. ebd., S. 8). Lehrerinnen und Lehrer muss bewusst sein, an welchen Stellen Mathematik Schülerinnen und Schüler Schwierigkeiten im Erlernen mathematischer Denkprozesse haben und wie diese durch die richtige didaktische Aufbereitung vermieden bzw. bewältigt werden können (vgl. ebd.). Einen wesentlichen Anteil am Studium der Mathematik für angehende Lehrpersonen muss also auch der Mathematikdidaktik zugesprochen werden.

Wenn Du Bois – Reymond von der „Quintessenz des ganzen mathematischen Wissens“ (s.o.) spricht, ist allerdings zu beachten, dass nicht nur das fachmathematische Wissen allein als das „ganze mathematische Wissen“ gezählt werden kann. Mathematik besitzt eine sehr lange Tradition, die bis weit in die Vergangenheit zurückreicht und deshalb ein wichtiges Kulturgut unserer Gesellschaft ist (vgl. ebd., S.11 f.) In der Lehrerbildung ist es also von großer Bedeutung, dass Lehrerinnen und Lehrer auch in der Geschichte und Philosophie der Mathematik ausgebildet werden, um die Entwicklung der Mathematik nachzuvollziehen und so ein tiefgründiges Verständnis der bzw. Bewusstsein für die Mathematik zu entwickeln (vgl. ebd.).

Insgesamt sollte die Lehrerbildung also ein Ensemble dieser drei Disziplinen darstellen, damit zukünftige Lehrerinnen und Lehrer ihre Schülerinnen und Schüler für mathematische Denkprozesse sensibilisieren und begeistern können.

Quellen:

- Beutelspacher, A., Danckwerts, R., Nickel, G., Spies, S., Wickel, G. (2011). Mathematik neu Denken. Impulse für die Gymnasialbildung an Universitäten. Wiesbaden: Vieweg + Teubner Verlag.
- Paul du Bois-Reymond. Abgerufen am 07.05.2017 von wikipedia.de: https://de.wikipedia.org/wiki/Paul_Du_Bois-Reymond

Katharina Ronja Berking

Das berufliche Leitbild des Mathematiklehrers hat sich drastisch verändert. Bis circa Ende der 1960er Jahre war das Selbstverständnis eines Mathematiklehrers ein Repräsentant der Wissenschaft Mathematik zu sein. Von diesem Selbstverständnis geht ebenfalls Paul du Bois-Reymond in seinem Beitrag aus. Die Frage nach einer angemessenen wissenschaftlichen Ausbildung für das Lehramtsstudium in Mathematik ist demnach keine neue Diskussion sondern erstreckt sich nun viele Jahre. Paul du Bois-Reymond geht in seinem Beitrag auf den Aspekt einer fundierten mathematischen Ausbildung für das Lehramtsstudium nicht näher drauf ein sondern umschreibt dies mit der "Quintessenz des ganzen mathematischen Wissens". Hier bleibt die Frage was diese Quintessenz des mathematischen Wissens alles beinhaltet. Anzunehmen ist allerdings das Paul du Bois-Reymond darunter nicht eine Anhäufung von Beweisen, Definitionen und Theoremen verstand sondern eher ein mathematisches Wissen anhand von Beispielen darin aber ein gründliches Kennen und ebenso Verstehen der Aufgaben und der zugrunde liegenden Mathematik.

Die Ausübung der Mathematik an einem Gymnasium soll meiner Meinung nach vor allem einen motivierenden und Interesse weckenden Anspruch verfolgen. Die fachbezogene Professionalität in der Vermittlung der Mathematik darf allerdings nicht vernachlässigt werden. Gerade an der Universität sollte man den Anspruch einer fachmathematischen Ausbildung im Lehramtsstudium der Mathematik nachkommen. Nur von einem tieferen Verständnis aus lässt sich das Fach vollständig und klar unterrichten. Gerade die Elementarmathematik die an der Schule gelehrt wird soll den Erwerb von typischen mathematischen Denkstrukturen und Arbeitsweisen fördern und Mathematik im kleinen erfahrbar machen. Zudem soll die Elementarmathematik zur Erweiterung der mathematischen Erfahrungswelt beitragen also genau der Aspekt, der uns täglich umgibt. Die Vermittlung solcher Abstraktionen auf unsere Welt ist ebenfalls nur möglich, wenn die Theorie verstanden wurde. Mit den Fragen was macht das Wesen der Mathematik aus wie auch was die zentralen Ideen hinter der Anwendung ist sollte sich jeder Lehramtsstudent der Mathematik mit befassen. Gerade sollte die universitäre Lehrerbildung eine Begegnung mit der Vielfalt der Mathematik erfüllen. Gerade die Einbeziehung der Geschichte und der Philosophie der Mathematik erweitert den Verständnishorizont was wiederum in der Wissensvermittlung deutlich wird. Der Erwerb einer typischen Denk und Arbeitsweise im Fach Mathematik ist ebenfalls nur möglich, wenn die

Lehrerbildung fachwissenschaftlich gelehrt wird. Mit diesem Wissen lässt sich meiner Meinung nach erst eine strukturierte und hinreichend explizite Darstellung der Schulmathematik bewerkstelligen.

Zudem sollte man den Schülern die Mathematik nicht als ein abgeschlossenes System präsentieren sondern die Mathematik als Kulturleistung mit einer 3000-jährigen Geschichte näher bringen was natürlich ein gewisses Maß an kompletter historischer Übersicht verlangt die es an der Universität zu erlangen gilt. Gerade die philosophische und historische Betrachtung der Mathematik ermöglicht einen anderen Blick auf die jeweiligen Themengebiete die schlussendlich vielleicht in der "Quintessenz des ganzen mathematischen Wissens" mündet.

Christian Bicher

Die Frage nach der Wichtigkeit des wissenschaftlichen Aspekts in der Mathematik speziell für das Lehramtsstudium wird in einer Denkschrift aus dem Jahre 1874 von dem Tübinger Mathematiker Paul Du Bois-Reymond (1831-1889) beantwortet. Das darin getätigte Zitat, setzt sich unter anderem mit der Frage: „Wissenschaftliche oder encyclopädisch gebildete Lehrer?“, auseinander. (Beutelspacher, Danckwerts, Nickel, Spies & Wickel, 2011)

Du Bois-Reymond macht darin deutlich, dass der wissenschaftliche Charakter der Mathematik und dieser im gesamten Umfang für einen Lehrer nicht zu vernachlässigen ist. Besonders wird hervorgehoben, dass der Lehrer nicht nur den Lernstoff kennen muss, welcher seinen Schülern beigebracht werden soll. Viel mehr besteht seine Pflicht darin, das gesamte mathematische Wissen zu verstehen und zu beherrschen, um Klarheit im Unterricht bringen zu können. (Du Bois-Reymond, 1874)

Das Zitat ist in den Kontext der Lehrerbildung im 19. Jahrhundert einzuordnen. Zu dieser Zeit gingen die zukünftigen Lehrer nach der Volksschule in die Lehre eines sogenannten Schulmeisters. Vor allem in ländlichen Gegenden übten die dortigen Lehrer der mittleren Schule meist hauptberuflich ein Handwerk aus. Erst Anfang des 19. Jahrhunderts wurde das Schulwesen als staatliche Aufgabe angesehen und für die Lehrerbildung des mittleren Lehramts wurden spezielle Seminare entwickelt, um die Lehrerbildung zu verbessern. Nur die Lehrer der höheren Schulen (Gymnasium) erhielten die Ausbildung an einer Universität. Sie hatten die Aufgabe Schüler auf das Universitätsstudium vorzubereiten. Pädagogische und didaktische Aspekte spielten hier keine Rolle. (BOCHUM, 2017)

Du Bois-Reymond selbst studierte zuerst Medizin in Zürich und hörte nebenbei Vorlesungen der Mathematik. Als er zurück in Berlin war, absolvierte er das „tentamen philosophicum“ bei der philosophischen Fakultät, wo er kurze Zeit später den Entschluss fasste ein rein mathematisches Studium zu absolvieren. Er bestand die Prüfung für das höhere Lehramt, entschied sich aber nach einigen Jahren nur noch an Hochschulen zu lehren. (Kern, 1992)

Lehrer des mittleren Lehramts haben also während des 19. Jahrhunderts keine mathematische Grundbildung erhalten. Du Bois-Reymond verlangt in seinem Zitat genau das, was in unserer Gegenwart vorzufinden ist. Lehrer der heutigen Zeit können das Lehramt nur erlangen, indem sie ein Studium an einer Hochschule absolvieren. Dieses fordert vom Studenten, sich nicht nur mit den Themen auseinanderzusetzen welche gelehrt werden sollen. Darüber hinaus geht das Studium viel mehr in die Tiefe und schafft somit Klarheit über das gesamte Wissen, welches Du Bois-Reymond für einen Lehrer voraussetzt, „um die Elemente der Mathematik in bildender Weise zu lehren“ (Du Bois-Reymond, 1874).

Im Bezug auf die heutige Zeit fällt jedoch auf, dass sich die Lehrerbildung je nach Schulform im Hinblick auf die Inhalte deutlich unterscheidet. So ist festzustellen, dass das Gymnasiallehramt der einzige Ausbildungsweg ist, welcher die Mathematik so tiefgründig vermittelt, wie es Du Bois-Reymond fordert. Alle anderen Formen des Lehramts verlangen, ähnlich wie das Gymnasiallehramt, mehr Wissen zu vermitteln als es der zukünftige Lehrer lehren wird. Jedoch besteht dieses bloß geringfügig aus mehr Inhalten, welche im späteren Beruf vermittelt werden sollen. So gilt in der Regel heute noch der Fall, dass „man nicht viel mehr zu wissen brauche, als man zu lehren hat“ (Du Bois-Reymond, 1874).

Einen Grund für die breite Ausbildung eines Gymnasiallehrers haben die staatlich festgelegten Curricula. Diese verpflichten den Auszubildenden, sich umfangreicher mit den Inhalten auseinanderzusetzen. Es ist wichtig Inhalte, sowie Hintergründe der Mathematik zu erfahren. Die Philosophie der Mathematik darf im Studium nicht vernachlässigt werden. Mathematik ist viel mehr als zu Rechnen und zu Beweisen. Auch hier gilt was bereits Du Bois-Reymond zu erklären versuchte, dass es wichtig ist mehr zu wissen, als man später zu lehren hat, damit man die Mathematik als Ganzes versteht, um den Schülern erklären zu können, wie es zu bestimmten Sätzen und Beweisen gekommen ist und aus welchen Gründen sich Wissenschaftler mit bestimmten Problemen auseinandergesetzt haben.

Literaturverzeichnis

- Beutelspacher, A., Danckwerts, R., Nickel, G., Spieß, S. & Wickel, G. (2011). Mathematik Neu Denken. Abgerufen von <https://books.google.de/booksid=rTopBAAQBAJ&pg=PA11&lpg=PA11&dq#v=onepage&q&f=false>
- BOCHUM (2017). Entwicklung des Schulwesens. Abgerufen von <https://www.bochum.de/C125708500379A31/vwContentByKey/W28C6CQE563BOLDDE>
- Kern, K. (1992). Die Entwicklung des Fachs Mathematik an der Universität Heidelberg 1835 – 1914. Abgerufen von <http://archiv.ub.uniheidelberg.de/volltextserver/14583/1/kern.pdf>

David Bock

Das Zitat stammte von Paul Du Bois-Reymond. Er wurde am 2. Dezember 1831 in Berlin geboren und verstarb am 7. April 1889 in Freiburg im Breisgau. Bei Paul Du Bois-Reymond handelt es sich um einen bekannten deutschen Mathematiker, der sich vor seinem Mathematikstudium zunächst mit der Medizin und der Philosophie beschäftigte. Er leistete einige wichtige Forschungsbeiträge im Bereich der Analysis und beschäftigte sich unter anderem auch mit grundlegenden Fragen der Mathematik. Außerdem war er zunächst im Schuldienst und schlug anschließend eine akademische Laufbahn bis hin zum ordentlichen Professor ein. Schon damals erkannte er, dass es eine falsche Vorstellung wäre, dass „man nicht viel mehr zu wissen brauche, als man zu lehren hat“ und war folglich der Meinung, dass „um die Elemente der Mathematik in bildender Weise zu lehren“, „der Lehrer durchtränkt sein“ muss „von der Quintessenz des ganzen mathematischen Wissens. Dann erst wird sein Unterricht Klarheit gewinnen“. Die heutige mathematische Bildung im Bereich des Lehramts an Universitäten sieht für die Studentinnen und Studenten vor, dass sie sich mit vielfältigen über den gewöhnlichen Unterrichtsstoff an Schulen hinausgehenden Themen beschäftigen müssen, um „ das tiefe und deutliche Erfassen des mathematischen Gedankens“ erkennen zu können, womit die angehenden Lehrerinnen und Lehrer „reinigend auf den Denkprozeß der Schüler“ und „begeistert auf den Berufenen wirken“ können. Erwähnenswert in diesem Kontext bzw. Zusammenhang ist das Projekt „Mathematik Neu Denken“, das sich mit der mathematischen Bildung von Lehrerinnen und Lehrer auseinandersetzt. Bei diesem Projekt handelt es sich um eine Kooperation zwischen der Universität Siegen und Gießen, die durch die Deutsche Telekom Stiftung gefördert wurde. Bekannte mitwirkende Personen sind unter anderem Prof. Dr. A. Beutelspacher von der Universität Gießen sowie Prof. Dr. G. Nickel und Prof. Dr. R. Danckwerts von der Universität Siegen. Entstanden sind in diesem Zusammenhang „Empfehlungen zur Neuorientierung der universitären Lehrerbildung im Fach Mathematik für das gymnasiale Lehramt.“ Zudem entstand ein Buch mit dem Titel „Mathematik Neu Denken“, indem auch das Zitat von Paul Du Bois-Reymond zu finden ist. Für angehende Lehrerinnen und Lehrer ist es „von prägender Bedeutung, bereits im Studium zu erfahren, dass es in der Mathematik unzählige offene Fragen gibt, durch deren Bearbeitung sich die Wissenschaft auch

heute noch dynamisch weiterentwickelt.“

Ich halte es für enorm wichtig, dass die angehenden Lehrerinnen und Lehrer eine gute mathematische Ausbildung von der Universität erhalten. Mehr zu wissen als normalerweise an Schulen zu lehren ist, halte ich für selbstverständlich. Die angehenden Lehrerinnen und Lehrer müssen tiefgehende Kenntnisse haben sowohl im fachmathematischen wie auch im fachdidaktischen Bereich. Ohne diese Kenntnisse und Erfahrungen kann die Lehrerin bzw. der Lehrer das Fach Mathematik nicht gut vertreten. Die Philosophie der Mathematik spielt für mich in diesem Zusammenhang auch eine wichtige Rolle. Schließlich ist es immer sehr hilfreich über geschichtliche Ereignisse und die in der Vergangenheit aufgetretenen Probleme in der Mathematik einen Einblick zu bekommen. Die Grundlagenkrise der Mathematik um 1900 konnte unter anderem nur durch philosophische Grundfragen bewältigt werden.

Literaturquellen:

- Deutsche Telekom Stiftung (2010): Mathematik Neu Denken. Empfehlungen zur Neuorientierung der universitären Lehrerbildung im Fach Mathematik für das gymnasiale Lehramt; Bonn; abgerufen zuletzt am 07.05.2017 unter http://www.unisiegen.de/fb6/didaktik/mathematikneudenken/ressourcen/empfehlungen_mathematik_neu_denken.pdf
- Dörflinger G. (2016): DuBois-Reymond, Paul; Materialsammlung, zusammengestellt von Gabriele Dörflinger Universitätsbibliothek Heidelberg 2016.

Frank Demuth

Paul du Bois-Reymond war ein deutscher Mathematiker. Als erstes war er Gymnasiallehrer am Friedrich-Werderschen Gymnasium (1861-1865). Danach war er ab 1868 außerordentlicher Professor an der Universität Heidelberg und anschließend ab 1869 ordentlicher Professor an der Universität in Freiburg, 1874 Professor in Tübingen und 1884 Professor an der technischen Hochschule in Berlin.

Die Theorie der Differentialgleichungen machte den Schwerpunkt seiner mathematischen Arbeiten aus. Letztendlich war es aber seine Arbeit über Fouriersche Reihen (1873), durch die er Bekannt wurde. Darüber hinaus befasste er sich auch mit Grundfragen der Mathematik.

In dem Zitat betont er, dass er es bevorzugt, wenn Lehramtsstudenten der Mathematik vor allem auch wissenschaftlich (fachmathematisch) ausgebildet werden. Denn erst wenn der Lehrer mit der Quintessenz der Mathematik ausgefüllt ist, ist er in der Lage, die Elemente der Mathematik in bildender Weise zu vermitteln.

Mit Bezug auf die heutige Situation, lässt sich sagen, dass es wahrscheinlich immer Vorteilhaft für den Schüler ist, wenn der Lehrer über ein gutes fachmathematisches Wissen verfügt, wobei hieraus nicht direkt folgt, dass dieser Lehrer dann auch didaktisch kompetent ist. Aus Erfahrungen, die ich als Nachhilfelehrer gesammelt habe, kann ich aber sagen, dass Lehrer, die fachlich gut waren, in den meisten Fällen den Lehrstoff auch didaktisch gut vermitteln konnten. Mittels der Philosophie der Mathematik kann ein Mathelehrer über sein Fach tiefgründig nachdenken.

Andre Dietrichs

David Paul Gustave Du Bois-Reymond lebte zwischen 1831 und 1889. Er war unter anderem Professor für Mathematik in Heidelberg sowie Mathematiklehrer in Berlin. Du Bois-Reymond beschäftigte sich mit Grundlagen der Mathematik, unter anderem mit der mathematikphilosophischen Reflexion. Das obige Zitat stammt von ihm. Du Bois-Reymond betonte und bevorzugte für den gymnasialen Lehramtsstudenten den Anspruch an die akademisch-wissenschaftliche Bildung von einem höherem Standpunkt aus. Aus diesem Zitat geht jedoch nicht hervor, was mit „Quintessenz des ganzen mathematischen Wissens“ assoziiert wird. Zudem ist im Zitat nicht erkennbar, wie man den Schülern das kanonische Wissen

vermitteln soll, sodass dieses „reinigend auf den Denkprozess der mittleren Schüler, begeistert auf den Berufenen“ wirkt.

Die Meraner Konferenz im Jahr 1905 stellte die Weichen für die heutige Auswahl an Themen in den gymnasialen Schulen. Zu diesem Zeitpunkt lebte der Autor des obigen Zitates nicht mehr. Somit wurde in den Schulen der Anteil an Geometrie reduziert und die Anteile an Funktionen, Analysis und Stochastik erhöht. Der Begriff der Funktion verbindet die einzelnen Bereiche innerhalb der Mathematik und Mathematik stellt die Grundlage für die Naturwissenschaften dar. Damals war diese Veränderung für Deutschland, die Schweiz und Österreich wichtig, da man diese Teilbereiche der Mathematik für die aufkommenden technischen Berufe brauchte. In der heutigen Situation in der Schule bestimmen die Kernlehrpläne die Priorität der Themen aus den Teilbereichen der Mathematik. Ich habe drei Praktika in gymnasialen Schulen absolviert und bekam dort den Eindruck, dass die Lehrer sich streng an die Kernlehrpläne hielten und überdies betonten, dass sie keine Zeit für Themen außerhalb des Kernlehrplans hätten. Des Weiteren machte man mich darauf aufmerksam, dass der Anteil der Beweise im Laufe der letzten Jahrzehnte im Mathematikunterricht kontinuierlich reduziert wurde. Ich erhielt zusätzlich durch Geben von Nachhilfeunterricht in Nachhilfeinstituten den Eindruck, dass Mathe teils nicht angemessen und verständlich vermittelt wird. Didaktisch betrachtet, sollte in den Schulstunden mathematische Stoff veranschaulicht und die mathematischen Formeln bewiesen/hergeleitet werden. Es wäre zudem wünschenswert, dass die 3000-jährige Kultur und Geschichte der Mathematik ebenfalls vermittelt wird. Ich schrieb ein Essay bezüglich der Hattie-Studie und des Buches „Lernen sichtbar machen“. Diese für Lehrer enorm wichtige Studie zeigt, dass das fachliche Wissen nur ein Aspekt von Hunderten ist, der für das Vermitteln relevant ist. Ein Lehrer kann über viel Wissen verfügen. Das bedeutet jedoch nicht, dass das viele Wissen auch bei den Schülern immer ankommen wird.

Der Mathematiklehrer kann - wie oben erwähnt - über ein hohes fachliches Wissen verfügen. Das bedeutet noch nicht, dass er weiß, was Mathematik ist. Er könnte mittels Philosophie der Mathematik über sein Fach philosophieren und somit darüber tiefgründig nachdenken. Es ist bei der Betrachtung der Geschichte der Mathematik zu beachten, dass bei Weichenstellungen in diesem Fach meist die Philosophie ins Spiel kommt. Philosophie der Mathematik kann mittels Reflexion konstruktive Entwicklung ermöglichen. Somit kann der Lehrer beispielsweise sein Fach legitimieren oder die kulturelle Leistungen der Mathematik erwähnen. Sowohl Philosophie als auch Mathematik wollen die Welt erklären. Philosophie könnte der Mathematik beim Erklären helfen. Beutelspacher, Dankwerts und Nickel betonen in dem Buch „Mathematik verstehen“, dass das fachwissenschaftliche Studium bei den Lehramtsstudenten wenig Spuren hinterlässt, da die fachliche Ausbildung „eher produkt- als prozessorientiert“ sei. „Diese erwünschte Prozessorientierung“ könne auch durch das Einverleiben der Philosophie und Geschichte der Mathematik in die Fachausbildung realisiert werden. Mathematik wird dabei als fertiges Produkt und geschlossenes System vermittelt. Es wäre jedoch seitens der Autoren wünschenswert, dass „die Prozesse der Begriffsbildung und der Theorieentwicklung“ berücksichtigt werden (Beutelspacher 2011: 11f.). Das kann Philosophie der Mathematik.

Yilmaz Dogan

„Die Frage nach dem angemessenen wissenschaftlichen Charakter für das Lehramtsstudium in Mathematik ist keineswegs neu. In einer Denkschrift aus dem Jahr 1874 behandelt der Tübinger Mathematiker Paul du Bois-Reymond unter anderem das Thema „Wissenschaftliche oder encyklopädisch gebildete Lehrer?“.“ (Beutelspacher/Dankwerts/Nickel/Spies/Wickel: Mathematik NEU Denken: Impulse für die Gymnasiallehrerbildung an Universitäten)

Das Zitat Bois-Reymonds stammt aus einer Diskussion über den Inhalt des Lehramtsstudiums. Gesonderte Bedeutung kam dabei dem Anteil von wissenschaftlichen oder encyklopädischen Inhalten im Studium zu. Bois-Reymond vertrat die Position, dass wissenschaftliche Inhalte einen großen Stellenwert haben sollen.

Meiner Meinung nach ist es sowohl wichtig wissenschaftliche als auch encyklopädische Inhalte

zu berücksichtigen, jedoch sollte wissenschaftlichen Inhalten ein deutlich höherer Anteil zukommen. Durch encyklopädische Inhalte sind die Studierenden in der Lage Definitionen wiederzugeben und Fragen zu beantworten, die sich auf die Wiedergabe von gelernten Inhalten beschränken. Die Zusammenhänge und die Ursprünge von Definitionen spielen in diesem Teil des Studiums kaum eine Rolle. Aus diesem Grund halte ich wissenschaftliche Inhalte im Studium, wie Bois-Reymond, für deutlich wichtiger. Falls man nur in der Lage wäre Reproduktionsfragen zu beantworten, da einem das Hintergrundwissen für weiterführende Fragen fehlt, besteht die Gefahr, dass man einen Teil der Fragen von Schülerinnen und Schülern gar nicht und einen Teil der Fragen nur auf einem zu hohen Niveau beantworten könnte. Dadurch dass man während wissenschaftlich aufgebauten Modulen die Hintergründe von mathematischen Inhalten kennenlernt, gelingt es, dass diese Inhalte in einen größeren Zusammenhang eingeordnet werden können und vollständig verstanden werden. Bois-Reymond drückt es so aus, dass der Lehrer durchtränkt sein müsse von der Quintessenz des ganzen mathematischen Wissens, welches einen Beweis des Gelernten umfasst. Mit einem besseren Verständnis der Inhalte kann der Lehrer mit Sicherheit mehr Fragen beantworten, als es ohne dieses Verständnis der Fall wäre, aber auch die Qualität seiner Antworten ist anders. Bois-Reymond greift diesen Punkt auch auf, indem er betont, dass der Unterricht dadurch an Klarheit gewinne und dass das tiefe Erfassen des mathematischen Gedankens der Vorzug seiner Lehre werden würde. Der Unterricht wird für die Schülerinnen und Schüler verständlicher, da die Lehrperson durch ein erweitertes Wissen in der Lage ist, die Inhalte auf einem für die Schülerinnen und Schüler gerechten Niveau zu vermitteln. Außerdem kann die Lehrperson gezielt Schwerpunkte setzen und die Schülerinnen und Schüler so auf weiterführende Themen vorbereiten, weil sie den Unterrichtsstoff in einen Größeren Zusammenhang einordnen kann.

Im aktuellen Studienverlaufsplan für das Lehramtsstudium befinden sich aus den eben genannten Gründen fast ausschließlich Module, die wissenschaftlich aufgebaut sind. Diese Auffassung von Mathematik scheint sich an der Universität durchgesetzt zu haben.

Eine Begründung für diese Entwicklung könnte in der Philosophie der Mathematik zu finden sein, die sich vor allem mit dem Sinn, dem Ursprung, der Entwicklung und den Zusammenhängen von Mathematik beschäftigt. Ohne ein umfassendes Vorwissen, das über die Kenntnis von Definitionen hinausgeht, wäre es nicht möglich sich mit philosophischen Fragen zu beschäftigen. Das heißt ohne tiefere mathematische Kenntnisse, die vor allem durch wissenschaftlich aufgebaute Module erworben werden können, hätten die Studenten bzw. die angehenden Lehrpersonen nicht das Vorwissen, um Inhalte zu hinterfragen oder zu reflektieren.

Daniel Eickhoff

David Paul Gustave Du Bois-Reymond wurde im Jahr 1831 in Berlin geboren und war ein deutscher Mathematiker. Hauptsächlich beschäftigte er sich mit der Theorie der Differentialgleichungen (vgl. Wikipedia, https://de.wikipedia.org/wiki/Paul_Du_Bois-Reymond).

Das vorliegende Zitat stammt aus einer Veröffentlichung von Du Bois-Reymond aus dem Jahre 1874 mit dem Thema „Wissenschaftliche oder encyklopädisch gebildete Lehrer?“. Darin befürwortet er, dass es wichtig sei, dass Mathematik-Lehrer nicht nur das Wissen haben, welches sie weitergeben, sondern dass sie darüber hinaus ein tiefes Verständnis der Mathematik beherbergen sollten (vgl. Beutelspacher/Danckwerts/Nickel/Spies/Wickel: Mathematik Neu Denken: Impulse für die Gymnasiallehrerbildung an Universitäten).

Daraus lässt sich schließen, dass zu der Zeit von Du Bois-Reymond die Vorstellung vorherrschte, dass ein Lehrer nur so viel zu wissen brauche, wie er zu lehren hat. Er hingegen plädierte dafür, dass die Ausbildung des Lehrers mehr wissenschaftliche Anteile haben soll, damit „sein Unterricht Klarheit gewinnen“ kann.

Im Hinblick auf das heutige Lehramt Studium im Fach Mathematik für die Sekundarstufe II kann festgestellt werden, dass dieser Forderung Folge geleistet wurde. Durch die Veranstaltungen Analysis I und II, sowie Stochastik und Lineare Algebra, sind im Bachelor-

Studiengang gleich mehrere Vorlesungen verankert, welche den Studierenden an die tiefergehende Mathematik heranführen soll.

Aber auch heute gibt es noch viele Stimmen, die behaupten, dass das universitäre Niveau der Mathematik zu hoch sei und im Alltag des Gymnasial-Lehrers nicht benötigt werde.

Doch um diese Frage zu klären könnte die Philosophie der Mathematik weiterhelfen. Denn sie beschäftigt sich auch mit der Frage nach dem Status der Wissenschaft. Beutelspacher, Danckwerts und Nickel weisen in diesem Zusammenhang darauf hin, dass die Mathematik mit ihrer über 3000-jährigen Geschichte als außerordentliche Kulturleistung betrachtet werden sollte (vgl. Beutelspacher/Danckwerts/Nickel/Spies/Wickel: Mathematik Neu Denken: Impulse für die Gymnasiallehrerbildung an Universitäten). „Dies kann durch eine Darstellung historischer und philosophischer Wurzeln der Mathematik in den jeweiligen fachmathematischen Veranstaltungen geschehen, aber auch durch gesonderte Veranstaltungen zur Geschichte und Philosophie der Mathematik.“ (Beutelspacher/Danckwerts/Nickel/Spies/Wickel: Mathematik Neu Denken: Impulse für die Gymnasiallehrerbildung an Universitäten) Deshalb kann die Philosophie der Mathematik eine große Rolle dabei spielen, den Studenten die Wichtigkeit eines tiefen mathematischen Verständnisses nahezubringen.

Arnold Fast

Die These: es existiere „in mathematischen und verwandten Fächern durchaus [eine] falsche Vorstellung daß man nicht viel mehr zu wissen brauche, als man zu lehren hat“ (Z.1-2) ist auch heute noch aktuell. In den geisteswissenschaftlichen Fächern beispielsweise scheint man unendlich tief ins Detail gehen zu können. In der Mathematik ist es – zumindest für die Lehrer – üblich nur das Nötigste zu behandeln.

Die Grundlagen sind im Schulalltag festgelegt und vor allem aufgrund des Zeitdrucks wird sich auf das Wesentliche beschränkt. Die Lehrpläne werden immer weiter gekürzt – Schulbücher aus den 80er Jahren weisen ein deutlich höheres Niveau auf. Beweisaufgaben sind heutzutage nur sehr selten und in abgespeckter Form zu finden. Der Unterschied von der schulischen zur universitären Mathematik ist sehr groß geworden.

Je tiefer in die Materie eingestiegen wird, desto deutlicher und simpler scheinen die ersten Schritte und Versuche. Wenn die Leistungsanforderungen jedoch niedriger sind, ist dieses Phänomen geringer ausgeprägt. Gerade um die zukünftige Mathematikstudenten zu fördern, ist es wichtig, dass Lehrer wissen worauf der Unterricht hinaus laufen muss.

Oft meinen Studenten: „das braucht man später sowieso nicht mehr“. Ein Lehrer mehr wissen als seine Schüler. Wenn Unterrichten auch ohne höhere Kenntnisse möglich sein soll, könnte quasi jeder mit Abitur direkt Lehrer werden. (Mit dem zusätzlichen Nachteil, dass nicht jede Schule die Themen gleich intensiv bearbeitet, womöglich im eigenen Schulunterricht auch Lücken gelassen wurden.)

Das Studium ist um einiges umfangreicher und wichtig, um sich einen Überblick zu verschaffen. Formeln beizubringen ohne Erklärung von Zusammenhängen und logischen Verknüpfungen, wäre das Gegenteil der hier erwähnten „Klarheit“ (Z.7). Das Studium lehrt alles genau zu begründen und zu definieren, teils geht man davon aus zunächst gar nichts zu wissen. All dies ist auch ein guter Ansatz sich in die Schüler hinein zu versetzen und von Grund auf die Dinge zu erklären. Den Denkprozess der Schüler „reinig[t]“ (Z.9) es keine falschen Reihenfolgen, zu sehr vereinfachte/ evtl. verfälschte Lösungen beigebracht zu bekommen, sondern eine logisch aufgebaute, klare Struktur, die auch den Schülern einen Durch-/Überblick verschafft. „Begeistern[.]“ (Z.10) wird man diejenigen Schüler, denen es Freude macht über mathematische Probleme/Zusammenhänge nachzudenken.

Die Philosophie der Mathematik stellt in Frage und wer seine Umwelt (und sich selbst) immer wieder in Frage stellt und reflektiert, bemerkt seine Fehler und kann sich verbessern. Wer stur an seinen Prinzipien festhält, weil er Kritik verschlossen ist, wird sich nicht verbessern können und tritt auf der Stelle.

Quelle:

- Paul du Bois-Reymond (1831-1889) (Z.7)

Eva Franke

Das Zitat stammt von Paul du Bois-Reymond, welcher von 1831 bis 1889 gelebt hat. Paul du Bois-Reymond studierte zunächst Medizin und schloss anschließend ein Studium der Mathematik ab. Er arbeitete zunächst als Lehrer an einem Gymnasium in Berlin und lehrte anschließend an vielen anderen deutschen Universitäten als Professor.

Zur Zeit des Autors war das Bildungssystem deutlich verschieden von dem was wir heute als Bildungssystem, als Schule verstehen. Es gab nur zwei Arten von Schule die verschiedener nicht hätten sein können. Auf dem Land gab es eine Art von Schule, an welcher die Schüler von sogenannten „Lehrern“ unterrichtet wurden. Diese Lehrer waren lediglich einfache Handwerker oder Hausfrauen, die ihr Wissen an die Schüler auf dem Land weitergaben. Der Gegensatz zur Landschule war die höhere Schule, das Gymnasium. Am Gymnasium wurde der Unterricht von Gymnasialprofessoren gehalten, wie Paul du Bois-Reymond vor seiner Zeit als Universitätsprofessor ebenfalls war. Der Gymnasialprofessor war im Gegensatz zum Landlehrer ein überaus gebildeter Mensch, welcher ein Studium genossen hat und somit über deutlich mehr Fachwissen verfügte.

Hat ein Lehrer mathematische Gedanken in aller Tiefe und Deutlichkeit erfasst, kann er die Beziehung zwischen der abstrakten Welt der Mathematik und unsere alltäglichen Welt verstehen und eventuell einen Zusammenhang zum materiellen Universum herstellen. Die Quelle der mathematischen Wissenschaft eines Lehrers liegt darin den Denkprozess der Lernenden zu verstehen und ihnen die Mathematik so zu präsentieren, dass der Denkprozess unterstützt wird, wodurch das Lernen gelingt. Lernen gelingt nur, wenn ein gewisses Interesse für den Inhalt des zu Lernenden entfacht werden kann. Die Natur des Menschen ist von Wissbegier und Neugier geprägt. Nur wenn der Lehrer den Sinn der zu lehrenden mathematischen Objekte sieht und diesen tief durchdringt, gelingt es Ihm auch, diesen „Sinn“ an die Schüler weiter zu geben. Somit ist er auch im Stande die Neugier und die Wissbegier seiner Schüler zu befriedigen. Das ungefähre Begreifen der mathematischen Wahrheit wirkt sich positiv auf den Unterricht des Lehrers aus, da er die nötige Fähigkeit und vor allem die nötige Motivation hat, sein Wissen zu vermitteln.

Abschließend kann man sagen, dass ein Lehrer nur dann dazu in der Lage ist zu lehren, wenn er das zu Lehrende bis ins kleinste Detail, bis an dessen Wurzel, verstanden und verinnerlicht hat. Die einzige Ausnahme ist der Universitätsprofessor, welcher manchmal genau das zu lehren hat, an dem er selbst auch forscht. Er ist somit in der ein oder anderen Vorlesung an der Grenze des zu Lehrenden.

Philipp Groß

Das obige Zitat entstammt einer Denkschrift des Tübinger Mathematikers Paul du Bois-Reymond aus dem Jahre 1874. In dieser setzte er sich unter anderem mit dem Thema „Wissenschaftliche und enzyklopädisch gebildete Lehrer“ auseinander, in der er eindeutig Stellung zur Frage nach dem wissenschaftlichen Charakter eines mathematischen Lehramtsstudiums nimmt, wobei er deutlich den wissenschaftlich gebildeten Lehrer befürwortet.

Es stellt sich für den heutigen Leser die Frage, was mit der „Quintessenz des ganzen mathematischen Wissens“ gemeint sein könnte. Sicherlich bezieht er sich hier nicht auf eine enzyklopädische Sammlung von Definitionen, Theoremen und Beweisen. Vielmehr ist damit ein vertieftes mathematisches Verständnis basaler Elemente der Mathematik gemeint, welches über die reine Schulmathematik allerdings weit hinausgeht. Im derzeitigen Mathematikstudium fürs Lehramt werden ebenfalls keine „fertigen“ Mathematiker „geformt“; die Studenten erhalten eher einen tiefen Einblick in die Hochschulmathematik anhand von Disziplinen, die in sehr vereinfachter Form später in der Schule unterrichtet werden, dazu gehören einführende Veranstaltungen in die Analysis, die lineare Algebra und die Stochastik. Hierbei handelt es sich

um Themenfelder, die für angehende Abiturienten absolut relevant sind. Der Lehrer in spe muss dabei eine Hürde überwinden, die es ihm ermöglicht, über den Schulstoff auf einer höheren mathematischen Ebene zu reflektieren und ein Bewusstsein über Kontexte zu entwickeln, die er möglicherweise bislang nicht erschließen konnte. Damit wird dem Lehrer die Möglichkeit eröffnet, seinen Schülern „das große Ganze“ der Mathematik zu vermitteln und Ausblicke über weitere Gegenstände des Fachs zu geben; in meiner Schulzeit war ich von jenen Lehrern imponiert, von denen ich den Eindruck gewann, sie würden über ein breites mathematisches Wissen verfügen, wenn sie beispielsweise souverän Fragen beantworten konnten, die über den schulischen Kontext hinaus gingen. Weitere Kompetenzen kann sich der angehende Lehrer über eine weitere mathematische Vertiefung aneignen. Diese müssen thematisch nicht in die in der Schule vermittelten Lehrinhalte eingebettet werden können, was ihm – wie bereits oben erwähnt – die Chance bietet, seinen Schülern Ausblicke in die „höhere“ Mathematik zu gewährleisten. So mag es dem wissenschaftlich gebildeten Lehrer gelingen, seine Zöglinge für sein Fach zu begeistern.

Darüber hinaus stellt sich die Frage nach dem Gegenstand der Mathematik. Um beispielsweise die von Winter geforderten Grunderfahrungen zu erfüllen – man denke hier besonders an die erste: „Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen oder angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur, in einer spezifischen Art wahr[...]nehmen und [...] verstehen“ – genügt es nicht, den Schülern Mathematik in Reinform, als eine deduktiv geordnete Welt (Winter'sche Grunderfahrung 2), zu vermitteln, sondern sie befähigt, Mathematik ebenfalls in Kontexten anderer Wissenschaften und Kulturbereiche wahrzunehmen. Da der derzeitige Lehramtsstudent verpflichtet ist, neben der Mathematik ein weiteres Lehrfach zu wählen, in dem er ebenfalls ein vertieftes innerfachliches Verständnis aufbaut, ist es möglich – natürlich in Abhängigkeit von der Fächerkombination – diese Forderung zu erfüllen. Eine beliebte und geeignete Kombination liefert vor allem das Fach Physik, in dem Mathematik als notwendiges Werkzeug verwendet wird. In heutigen Schulbüchern werden zwecks Anwendungseinbettung daher auch fast ausschließlich physikalische Phänomene genutzt. Aber natürlich eignen sich andere Naturwissenschaften gleichermaßen dazu, in der Mathematik eine außermathematische Erfahrung zu machen. Allerdings lassen sich ebenfalls Parallelen zu anderen Fächern schlagen, sei es die Logik in der Philosophie oder z.B. ganzzahlige Verhältnisse in der Kunst oder aber die Funktionenlehre in der Musik. Damit ergibt für den Schüler die Chance, Mathematik als „allgegenwärtige“ Disziplin zu erfahren.

Dabei spielt die Philosophie der Mathematik eine nicht zu vernachlässigende Rolle, die sich mit Voraussetzungen, Gegenstand, Methode und Natur der Mathematik auseinandersetzt. Besonders interessant sind hierbei die Bereiche, ob sich Mathematik als „absolute“ Wissenschaft versteht, also ob sie losgelöst und unabhängig von jeglichen Kontexten funktioniert, welche Bedingungen für die mathematische Wissenschaft gelten und welchen Ursprung sie haben und natürlich – wie oben ausgeführt – welcher Zusammenhang zwischen der abstrakten Mathematik und der Realität besteht. In all diesen Bereichen erhält der Lehramtsstudent zumindest einen Einblick und kann damit den Schülern nicht nur die mögliche Frage nach der Daseinsberechtigung der Mathematik im schulischen Kontext beantworten, sondern sie darüber hinaus noch für das Fach begeistern.

Johannes Grote

Wie viel Mathematik muss ein Mathematiklehrer wissen? Welche Rolle übernimmt der Lehrer heutzutage im Klassenraum, wenn die Schüler ihr Wissen vom Internet, Lernvideos oder Onlinenachschlagewerken beschaffen können? Wie viel fachliches Wissen ist in der Lehrerausbildung daher wichtig bzw. nötig? Wo sollte der Fokus in der Lehrerausbildung liegen, im pädagogischen oder doch eher im fachlichen? Schaffe ich es als fachlich kompetenter Lehrer nicht eher meine Schüler zu begeistern? Diese Fragen stelle ich mir als zukünftiger Mathematiklehrer und merke, wie umfangreich und komplex diese Diskussion auch in der Lehrerausbildung ist. Ich habe in meiner Schulzeit Erfahrungen mit Lehrern gemacht, die

fachlich sehr kompetent waren und diese Begeisterung für ihr Fach auch uns Schüler spüren lassen haben. Diese Stunden waren für uns spannend, aufregend und zugleich lehrreich. Wohingegen, die Unterrichtsstunden, in denen die Lehrer keine Euphorie für ihr Fach ausstrahlten, sich auf uns übertrug. Diese notwendige Begeisterung über das eigene Fach kann man aber sicher nur aufbringen, wenn man sich im eigenen Fach zuhause fühlt und sich ein tiefes Wissen angeeignet hat. Mein Mathematiklehrer brachte praxisnahe Aufgaben und originell verpackte Probleme, die wir gemeinsam im Gespräch versuchten zu lösen. Er baute zu der Zeit ein Haus, die mathematischen Probleme, die sich während des Baus ergaben, wurden im Unterricht besprochen, diskutiert, recherchiert und berechnet. Sein Umgang mit den Schülern und der Materie war so verpackt, dass wir uns wertgeschätzt fühlten. Leider gibt es auch den Fall, wenn Lehrkräfte in ihrem Fach sehr gut ausgebildet wurden und über ein sehr breites Fachwissen verfügen, dies jedoch nicht immer gut vermitteln können. Woran lag es, wenn die fachlich kompetenten Lehrkräfte ihre Schüler nicht mit ihrem Fachwissen begeistern konnten? Der persönliche Lehrercharakter und die Lehrhaltung sollten meines Erachtens auch nicht außer Acht gelassen werden. Denn, wenn kein Respekt und keine Offenheit zu den Schülern geschafft werden, erreicht man alleine mit der Lehrkompetenz nicht viel. Mein Physiklehrer war fachlich sehr kompetent und wusste in seinem Fachgebiet viel. Er war zudem in außerschulischen Gremien tätig und erzählte leider wenig davon. Wenn im Unterricht Fragen auftauchten und Schüler genauere Erklärungen forderten, wurden sie meist mit Fachvokabular und überschüttet. Leider kam es kaum zur Klärung und zu keiner Begeisterung des Faches. Für Hilbert Meyer ist die Lehrhaltung ein wichtiger Bestand für guten Unterricht. Neben Liebe, gegenseitigen Respekt, Offenheit ist die Begeisterung für das Fach eines der wichtigen Elemente für guten Unterricht. Dem kann ich mich nur anschließen und behaupte, dass neben der Fachkompetenz, auch die Sozialkompetenz ein wichtiger Bestandteil für guten Unterricht ist. Erst, wenn das Lehrer-Schüler Verhältnis im Einklang ist, kann ich meine Schüler mit meiner Fachkompetenz begeistern und sie von meinem Fachwissen beeindruckt. Ich glaube daran, dass wenn ich für die Mathematik blühe und ein ausgeprägtes Wissen habe, mein Schüler überzeugen und mitreißen kann und werde.

Quelle:

- Meyer, 2004, Ein Theorierahmen zum guten Unterricht

Murat Güler

Im Folgenden soll zu dem Zitat von Paul du Bois-Reymond, welches im Kontext der Diskussion um den benötigten Bildungsgrad eines Lehrers im Jahre 1874 in du Bois-Reymonds Denkschrift (Beutelspacher u. a. (2012)), in der er sich unter anderem mit dem Thema „Wissenschaftliche oder encyklopädisch gebildete Lehrer“ beschäftigt, erschienen ist, mit Hinsicht auf die heutige Situation im Stellung genommen, sowie die Rolle der Philosophie der Mathematik im Zusammenhang untersucht werden.

In dem zitierten Ausschnitt schreibt du Bois-Reymond, dass ein Lehrer, erst in der Lage ist die mathematischen Inhalte richtig zu vermitteln und seine Schüler zu begeistern, wenn er eine höhere Bildung besitzt, als jene die er zu lehren versucht, womit er sich deutlich für die wissenschaftliche Seite der Lehrer-Bildung ausspricht. Im zeitlichen Kontext befinden wir uns im Zeitalter der Moderne, in dem es in Preußen erstmals, beginnend mit der Wende vom 18. ins 19. Jahrhundert, zu einer staatlichen Regelung des Schulsystems mit der Einführung des Abiturs als allgemeine Studienvoraussetzung kam (AG Bildungsforschung/-planung (2000)). Im Verlauf des 19. Jahrhunderts wurde außerdem erstmals Lehrerinnen und Lehrer speziell ausgebildet, um die sogenannten Schulmeister, welche Hauptberuflich Handwerks-Berufe ausübten und keine spezifische Lehrer Ausbildung erhalten hatten, zu ersetzen (Bochm.de (2017)).

Betrachtet man die heutige Situation, fällt direkt auf, dass der Beruf des Lehrers ausschließlich über eine akademischen Bildungsweg ausgeübt werden kann. Besonders für das gymnasiale

Lehramt ist ein Studium mit einigen komplett fachmathematischen Vorlesungen, in den Bereichen die auch später in der Schule unterrichtet werden, wie die dazugehörigen didaktischen Fächer, welche dem Lehrer das Vermitteln des Stoffs beibringen, Voraussetzung. Dies entspricht zumindest im Lehramt Gymnasium auch Paul du Bois-Reymonds Vorstellung eines akademisch gebildeten Lehrers, was meiner Meinung nach auch die richtige Vorgehensweise ist, da man erst durch das fachliche Studium die eigentlichen Hintergründe vieler mathematischer Gebiete oder Definitionen versteht.

Zwar besteht eine große Diskrepanz zwischen den Vorgehensweisen der Stoffvermittlung in Mathematik Vorlesungen und der Schulmathematik, da die Mathematik in der Universität Schritt für Schritt allgemein axiomatisch behandelt wird, schulisch hingegen lediglich mit empirischem Hinblick und gegliedert in Themengebiete, wodurch es zu Beginn des Studiums bei den Studierenden zu einem Vergessen der elementar-mathematischen Inhalte kommt, und nach dem abgeschlossenen Studium ein begrenztes der fach-mathematischen Inhalte auf die der Elementarmathematik, was Felix Klein im Jahre 1924 als Doppelte Diskontinuität bezeichnet (Thomas Bauer (2009)), dennoch stehen für den Lehrenden dann die elementaren Themengebiete auf einem höheren Niveau zur Verfügung, wodurch er die Möglichkeit hat diese vereinfacht zu unterrichten, da er die Grundlagen des Inhalts bis ins kleinste Detail gelernt hat. Die Philosophie der Mathematik gehört auch zu der von Paul du Bois-Reymonds erwähnten „Quintessenz“ der Mathematik. Für ihn ist also nicht nur eine fachliche Bildung wichtig sondern die gesamt-mathematische Ausbildung eines Lehrers, also auch der Zusammenhang zwischen Mathematik und Philosophie.

Literatur:

- [AG Bildungsforschung/-planung 2000] AG Bildungsforschung/-planung: Entstehung, Struktur und Steuerung des deutschen Schulsystems: Skriptum zur einführungsvorlesung in den Studienbereich "D". Essen, Universität GH Essen, Skriptum, 2000. https://duepublico.uni-duisburg-essen.de/servlets/DerivateServlet/Derivate-1082/skript_15052000.pdf
- [Beutelspacher u. a. 2012] Beutelspacher, Albrecht ; Danckwerts, Rainer ; Nickel, Gregor ; Spies, Susanne ; Wickel, Gabriele: Mathematik Neu Denken: Impulse für die Gymnasiallehrerbildung an Universitäten. Wiesbaden : Vieweg+Teubner Verlag / Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH, Wiesbaden, 2012. – ISBN 978-3-8348-8250-9
- [Bochm.de 2017] Bochm.de: Deutsche Schulgeschichte. <https://www.bochum.de/C125708500379A31/vwContentByKey/W28C6CQE563BOLD> DE. Version: 2017
- [Thomas Bauer 2009] Thomas Bauer, Ulrich P.: Schnittstellenmodule in der Lehramtsausbildung im Fach Mathematik. Marburg, Philipps-Universität Marburg, Diss., 2009

Pascal Hartmann

Was Du Bois-Reymond in diesem kurzen Text sagt beziehungsweise behauptet ist, dass ein Mathematiklehrer mehr Wissen über die Mathematik haben sollte als das was er den Schülern beibringen möchte. Viel eher soll er „durchtränkt sein von der Quintessenz des ganzen mathematischen Wissens“. Zunächst geht es also um die Frage, ob der Lehrer mehr Wissen haben sollte, als das was er seinen Schülern beibringen möchte. Diese Frage sollte meiner Meinung nach auf jeden Fall bejaht werden, da ein Lehrer, der im Unterricht an die Grenzen seines eigenen Wissens kommt dieses Wissen zwar vielleicht noch unterrichten kann, dann aber auf weitergehende Rückfragen, mit denen sich einige Schüler zweifelsohne beschäftigen, dann keine Antworten mehr liefern kann. So kann dann ein von den Schülern selbst entwickeltes Interesse vom Lehrer nicht unterstützt oder gefördert werden. Zwar wird ein mit einem

wissenschaftlichen Hintergrund gebildeter Lehrer auch nicht jede Frage von Schülern beantworten können, aber hat der Lehrer einen solchen Hintergrund, dann sollte es ihm leichter fallen entweder selbst eine Lösung zu diesem Problem zu finden, oder vielleicht sogar dem Schüler mögliche Tipps geben, wie er selbst zu einer Lösung des Problems kommen kann.

Die Frage die sich nun aber ergibt ist wie viel mehr ein Mathematiklehrer mehr wissen sollte als die Inhalte die er seinen Schülern vermitteln soll. Du Bois-Reymond spricht hier von der „Quintessenz des gesamten mathematischen Wissens“. Dieser Begriff ist nun aber sehr unspezifisch, denn was genau ist denn die Quintessenz des gesamten mathematischen Wissens? Dies ist eine Frage mit der sich die Philosophie der Mathematik beschäftigen sollte.

Was mit diesem Begriff nicht gemeint sein sollte ist, dass der Mathematiklehrer Kenntnisse hat, wie sie auch in einer Formelsammlung stehen könnten. Dieses Verständnis greift sehr kurz und beschränkt sich auf ein Auswendiglernen von Sätzen und Definitionen. Hätte der Lehrer ein solches Verständnis von der Mathematik, so könnte er auf weitergehende Fragen der Schülerinnen und Schüler nur sehr unbefriedigend antworten. Denn er könnte zwar eine mathematisch richtige Antwort auf die Frage liefern, aber ein Verständnis, warum die Antwort gerade so lautet wäre damit nicht gegeben.

Eine weitere Möglichkeit wäre, dass ein Mathematiklehrer einfach dasselbe Wissen hat wie ein Fachmathematiker. Auch diese Vorstellung scheint ungeeignet zu sein, da das Fachwissen des Mathematiklehrers dann zwar sehr ausgeprägt wäre, in der Ausbildung des Mathematiklehrers aber dann wohl die Didaktik zu kurz kommen würde.

Irgendwo im Spannungsfeld zwischen dem Wissen eines Fachmathematikers und dem reinen Schulwissen sollte sich das Wissen des Mathematiklehrers also bewegen. Ein wissenschaftlicher Hintergrund kann also das Verständnis der Mathematik, wie sie in der Schule gelehrt wird, verändern und ein tieferes Verständnis dieser Inhalte bewirken.

Das führt aber auch zu dem Problem, dass die Mathematik die in der Schule gelehrt wird eine andere ist als die wissenschaftliche Disziplin der Mathematik. Die wissenschaftliche Mathematik ist vor allem geprägt durch logische Schlussfolgerungen um aufgrund von Folgerungen Sätze zu beweisen. Diese Sätze bleiben allerdings meist eher abstrakt und theoretisch, haben also nicht unbedingt einen Praxisbezug. Dies ist in der Schulmathematik deutlich anders. Hier geht es meistens darum, dass die Schülerinnen und Schüler praxisnahe Probleme lösen. Dies dient unter anderem dazu, dass die Schülerinnen und Schüler im alltäglichen Leben in Situationen die Mathematik erfordern handlungsfähig werden, diese Probleme also in der Praxis lösen können. Da der Praxisbezug bei der wissenschaftlichen Mathematik aber oftmals fehlt, kann man aber auch fragen, ob diese abstrakten und theoretischen Bereiche der Mathematik überhaupt zur Quintessenz des gesamten mathematischen Wissens zu zählen sind, oder ob darunter nur diejenigen Bereiche fallen, die man eher als anschaulich bezeichnen würde. Ich würde zur Quintessenz des gesamten mathematischen Wissens eher Methoden und Denkweisen zählen. Kennt ein Mathematiklehrer unterschiedliche Methoden um beispielsweise einen Beweis durchzuführen, dann kann er auch mal auf eine andere Methode zurückgreifen, wenn er der Meinung ist, dass die Schüler den Beweis mit einer Methode scheinbar nicht verstehen. Aber auch eine mathematische Denkweise, die durch einen stark logischen Aufbau gekennzeichnet ist, ist für den Mathematiklehrer sehr nützlich, da auch diese Denkweisen den Schülerinnen und Schülern vermittelt werden sollten.

Alles in allem kann man sagen, dass Lehrer zwar nicht so viel mathematisches Wissen brauchen wie dies ein Fachmathematiker hat, aber ein größeres Maß an Wissen als das was den Schülern später beigebracht werden soll ist in jedem Falle ratsam.

Jan Niklas Heinz

Das Zitat des Tübinger Mathematikers Paul du Bois-Reymond (1831-1889) stammt aus einem Aufsatz mit dem Titel „Wissenschaftliche oder encyclopädisch gebildete Lehrer?“ aus einer Denkschrift aus dem Jahr 1874 (vgl. Beutelsbacher 2011, S.11).

Darin betont er die Notwendigkeit fachmathematischer Bildung innerhalb des Mathematiklehramtsstudiums und eines tiefen Verständnisses der Materie für ein souveränes und begeisterndes Unterrichten im späteren Beruf. Es genüge eben nicht, den Schulstoff sicher zu beherrschen, um ein guter Mathematiklehrer zu sein. Diese Vorstellung scheint auch heute weit verbreitet zu sein und nicht selten hinterfragen Studierende den Sinn oder Unsinn fachmathematischer Veranstaltungen wie Analysis 1. Keine Frage, der Fall, dass man im Unterricht den Schülerinnen und Schülern die Epsilon-Delta-Definition von Stetigkeit näherbringen muss, wird nur mit sehr geringer Wahrscheinlichkeit eintreffen. Sind demnach Veranstaltungen wie Analysis 1, Analysis 2, Stochastik 1 und Lineare Algebra 1, die insbesondere in den ersten drei bis vier Semestern das Lehramtsstudium an der Uni Siegen bestimmen, tatsächlich nur Mittel zum Zweck, Studierende auszusieben, wie manchmal vielleicht der Eindruck entstehen mag? Oder gibt es andere, stichhaltige Gründe?

Zunächst stelle ich im Sinne von Bois-Reymond die These auf, dass ein grundlegendes Können und Verständnis innerhalb der Wissenschaft Mathematik eine zwar nicht hinreichende, aber notwendige Bedingung für ein kompetentes Unterrichten ist. Die didaktische Reduktion von Stoff im qualitativen Sinne der schülergerechten Vereinfachung und im Sinne der quantitativen Reduzierung von Stofffülle, ohne den Stoff zu verfälschen, gehört wohl zu den täglichen Aufgaben eines Lehrers. Aber wie soll er diesem Anspruch gerecht werden, wenn er nicht die größeren Zusammenhänge hinter den einzelnen Inhalten versteht, sein Wissen also nicht nur encyclopädisch angehäuft, sondern flexibel vernetzt ist, auch mit den „großen“ Prinzipien und Ideen, die dahinterstecken? Nur so kann er auf den Kern reduzieren, ohne Wichtiges wegzulassen oder gar falsch zu vermitteln, nur so ist das „tiefe und deutliche Erfassen des mathematischen Gedankens“ möglich. Zudem will jeder in der Lage sein, auf eine vertiefte Frage eines pfiffigen Schülers, die sich allein auf Basis des Schulstoffs nicht beantworten lässt, souverän und kompetent zu antworten.

Laut dem aktuellen Kerncurriculum soll Mathematikunterricht darüber hinaus etwas von den Grundprinzipien der Wissenschaft Mathematik und des Mathematikbetreibens vermitteln. Wenn der Lehrer aber nie selbst wenigstens einen kleinen Eindruck davon bekommen hat, was dies bedeutet, indem er tatsächlich selbst Mathematik betrieben hat, wie soll er authentisch in der Lage sein, dieser Aufgabe nachzukommen? Es stellt sich allerdings die Frage, ob das eigene Mathematikbetreiben allein dieses Verständnis von Mathematik bewirken kann, oder ob es nicht eher einer tiefergehenden Reflexion in einem größeren Kontext bedarf, die weit über den eigenen Horizont und die eigenen Erfahrungen hinausgeht. An dieser Stelle kommt die Philosophie der Mathematik ins Spiel, die genau dieses tut: Reflektieren darüber, was Mathematik und das Mathematiktreiben eigentlich ausmachen, auch vor dem Hintergrund der jahrhundertelangen Geschichte der Mathematik, die den Studierenden im Idealfall helfen kann, fachmathematische Inhalte aus einer ganz anderen Perspektive zu betrachten und zu verstehen. Klar ist außerdem, dass innerhalb eines Mathematiklehramtsstudiums nicht alle Themenbereiche der Mathematik auch nur im entferntesten angerissen werden können. Demnach muss eine Auswahl getroffen werden. Aber welche Kriterien legt man dabei zugrunde? Womit muss sich der Studierende eigentlich beschäftigen, um einen Einblick in mathematisches Wissen zu erhalten? Was ist überhaupt mathematisches Wissen? Dies alles sind Fragen, denen man sich in der Philosophie der Mathematik widmen könnte.

Quelle:

- Beutelsbacher, A./ Danckwerts, R./ Nickel, G./ Spies, S./ Wickel, G. (2011): Mathematik Neu Denken: Impulse für die Gymnasiallehrerbildung an Universitäten. Springer Fachmedien: Wiesbaden.

Miriam Hoffmann

Im folgenden Text werde ich das oben genannte Zitat von Paul du Bois-Reymond zunächst analysieren und dessen Kontext erschließen. Anschließend wird der Versuch unternommen, die

in dem Zitat vorgestellte Meinung in einen aktuellen Kontext einzuordnen, sowie einen Zusammenhang zur Rolle der Philosophie der Mathematik zu ermitteln.

Paul du Bois-Reymond geht in seiner ersten Aussage darauf ein, dass seiner Meinung nach eine allgemein falsche Vorstellung über das notwendige Wissen zum Unterrichten der Mathematik oder ähnlichen Fächern herrsche. Und zwar, dass der Lehrende nur so viel Wissen muss, wie er tatsächlich unterrichtet. Dies trifft nach Bois-Reymond, wenn dann nur für den Universitätsprofessor zu, da sich dieser bereits an der Grenze des Wissens bewegt.

Im Weiteren behauptet er, dass Lehrende, wenn sie Mathematik gut lehren wollen, das ganze mathematische Wissen beherrschen können müssen, denn nur dann würde ihr Unterricht die benötigte Klarheit gewinnen. Nur diese Klarheit führe dazu, dass die Schüler den mathematischen Gedanken erfassen und verstehen können.

Damit stellt Bois-Reymond die These auf, dass Mathematiklehrer im Gegensatz zur vorherrschenden Meinung mehr können müssen als sie unterrichten.

Paul du Bois-Reymond war selber als Lehrer und später Professor für Mathematik tätig, weshalb er einen direkten Bezug zu der von ihm getroffenen Aussage hatte (Vgl. Moritz Cantor: Du Bois-Reymond, Paul. In: Allgemeine Deutsche Biographie (ADB). Band 48, Duncker & Humblot, Leipzig 1904, S. 126–128). Darüber hinaus kritisierte er in seinem Buch „Die allgemeine Funktionentheorie“ die metaphysischen Voraussetzungen und Begründungsmängel des mathematischen „Platonismus“ und setzt dem eine Art empirischen Standpunkt entgegen (Vgl. https://de.wikipedia.org/wiki/Paul_Du_Bois-Reymond).

In Bezug auf die heute herrschende Meinung, kann man zunächst zwischen der Meinung der Universitäten und Hochschulen sowie der Meinung der allgemeinen Bevölkerung unterscheiden. So bekommen Studierende an den Hochschulen und Universitäten durchaus mehr Wissen vermittelt, als sie im Endeffekt an den Schulen unterrichten sollen (Vgl. https://www.uni-siegen.de/fb6/didaktik/studium/ressourcen/mhb_gb.pdf). Ein einschlagendes Beispiel dafür wäre das Grundschullehramt, selbst diese müssen an den Universitäten Kurse der Mathematik absolvieren, die in keinem Verhältnis zu denen in der Grundschule benötigten Mathematischen Inhalten stehen (Vgl. http://zfl.uni-koeln.de/sites/zfl/ZfL-Navi/Modulhandbuecher/Bachelor/2015/MHB_2015_BA_LB-Mathematik_LA_G.pdf).

Diese Gegebenheit zeigt, dass die Hochschulen und Universitäten der gleichen Meinung wie Bois-Reymond sind, dass Lehrer durchaus mehr Mathematisches Wissen verinnerlicht haben sollten um guten Mathematik Unterricht betreiben zu können.

Im Gegensatz dazu steht die Meinung der allgemeinen Bevölkerung, hier kann ich nur exemplarisch meine Erfahrungen aus dem persönlichen und beruflichen Umfeld erläutern, die ich aufgrund meiner Erzählungen von meinem Lehramtsstudium der Mathematik erfahre. Oft höre ich die Aussage „Wozu braucht man das eigentlich?“, „Wieso musst du das können?“. Diese Fragen stehen exemplarisch dafür, dass ein Teil der Personen immer noch der Meinung ist, dass manche Inhalte des Studiums keine Anwendung im späteren ausüben des Lehrerberufs finden.

So lässt sich im Allgemeinen sagen, dass die Hochschulen und Universitäten die gleiche Meinung wie Bois-Reymond vertreten und ihre Lehrpläne dem gestellten Anspruch an Mathematiklehrer angepasst haben. Es aber dennoch, auch nach über 100 Jahren nach Bois-Reymond, Menschen der Meinung sind, dass Lehrer nicht mehr können müssen, als sie unterrichten.

Meiner Meinung nach kann ein tieferes Verständnis der Mathematik dem Mathematiklehrer helfen, die zu vermittelnden Inhalte, besser und verständlicher auszudrücken. Jedoch betrachte ich die Aussage, dass das reine Mehrwissen den Unterricht qualitativ steigert als äußerst kritisch, in den Unterricht fließen viele andere Faktoren, wie zum Beispiel: eine gute Strukturierung, Motivation des Lehrers und Motivationsfähigkeiten, fachdidaktisches Wissen, sowie die Durchführung des Unterrichts, welche die Qualität des Unterrichts maßgeblich mitbestimmen (Vgl. COACTIV-Studie 2009).

In Bezug auf die heutige Situation und die Rolle der Philosophie der Mathematik, könnte man meiner Meinung nach annehmen, dass Mathematiklehrer mit einem tieferen Mathematischen Verständnis auch die Frage nach dem „Warum“, sowie die Berechtigung der Mathematischen Objekte besser oder mehr verstehen können.

Literaturverzeichnis:

- Moritz Cantor: Du Bois-Reymond, Paul. In: Allgemeine Deutsche Biographie (ADB). Band 48, Duncker & Humblot, Leipzig 1904, S. 126–128.
- https://de.wikipedia.org/wiki/Paul_Du_Bois-Reymond
- Universität Köln, Modulhandbuch Grundschullehramt, Mathematische Grundbildung: http://zfl.uni-koeln.de/sites/zfl/ZfL-Navi/Modulhandbuecher/Bachelor/2015/MHB_2015_BA_LB-Mathematik_LA_G.pdf
- Universität Siegen, Modulhandbuch Lehramt Mathematik: https://www.uni-siegen.de/fb6/didaktik/studium/ressourcen/mhb_gb.pdf
- COACTIV Studie: <http://www.zeit.de/2009/24/C-Lehrermythen>

Christian Hönig

Das Zitat von Paul Du Bois-Reymond (1831-1899) spiegelt eine Sicht der Dinge auf die Mathematik wider, die damals wie heute die selbe zu sein scheint. Mathematik wird vielfach als etwas angesehen, dass man in Teilen unterrichten könnte, ohne das große Ganze zu kennen. Es ist in der Mathematik letztlich allerdings so, dass sich Mathematik nicht rein aufbauend unterrichten lässt. Es gibt innerhalb der Wissenschaft keine Anfangsthematik auf der alles weitere aufbaut. Es gibt viele Teilbereiche die dann einen Aufschluss darüber geben was Mathematik im gesamten ausmacht. Dies wird vor allem deutlich wenn man sich Bücher zur Mathematik an der Universität ansieht. Jedes Buch hat die inhaltliche Sortierung, die der Autor für die Richtige empfunden hat.

Das ein Universitätslehrer damals wie heute auch die Mathematik in nahezu der vollen Gänze verinnerlicht haben muss, zeigt wie abgeschlossen diese Wissenschaft zu sein scheint. Denn neue Erkenntnisse die in der Wissenschaft einen Schritt nach vorne bedeuten gibt es selten.

Wer sich mit der Mathematik nicht intensiv beschäftigt wird zweifellos den Eindruck bekommen, dass in der Schule unterrichtete Themen Abgeschlossen seien. Doch was dabei oft unterschlagen wird, ist die Tatsache, dass in der Schule die Mathematik nicht tiefgründig behandelt wird. Schulmathematik ist funktionell und Schüler lernen Methoden wie Werkzeuge zu benutzen. Fast so wie der Mechaniker der eine Maschine reparieren kann, aber die Fähigkeiten des Ingenieurs, die dazu nötig sind eine solche zu konstruieren, nicht besitzt.

Der Mathematiker lernt sehr viel, was unter der Oberfläche dessen bleibt, was viele von der Mathematik sehen, aber er muss es können, um zu wissen wieso die Dinge so funktionieren wie sie funktionieren.

Doch selbst diese, für einen studierten Mathematiker, einfachen Anwendungen der Mathematik wie sie im Schulunterricht stattfinden, bedürfen eines Lehrers der für sein Unterrichtsfach brennt. Er muss die Wissenschaft in vollem Umfang beherrschen. Nach Bois Reymond muss er „durchtränkt sein von der Quintessenz des ganzen mathematischen Wissens“. Mathematik spricht ihre eigene Sprache und wie soll er seinen Schülern diese beibringen, wenn er sie nicht vollständig beherrscht. Er muss auch nachvollziehen können, warum etwas nicht geht, nicht nur wissen wie etwas geht. Er muss die Begeisterung die er für die Wissenschaft empfindet auf seine Schüler übertragen können.

Man könnte Fragen: Reicht es nicht Kurvendiskussion zu können um Schülern Kurvendiskussion beizubringen? Bejagt man dies, vergisst man, dass man dann nicht mehr als die Methode kennt, einem aber das Hintergrundwissen fehlt, dass man braucht, um die Thematik zu begreifen. Der Schüler darf bei der Anwendung bleiben, der Lehrer aber muss mehr als das können. Sonst könnte er auch bei weitem nicht adäquat auf Fragen antworten, die ein tieferes Wissen verlangen.

Daniel Jurczewski

Der Tübinger Mathematiker Paul Du Bois-Reymond (1831-1889) hat in Bezug zur mathematischen Bildung von Lehrerinnen und Lehrern die Aussage getätigt, dass sie nicht nur auf das einfache Wissen beschränkt sein sollen, welches sie ihren Schülerinnen und Schülern vermitteln, sondern auch darüber hinaus über fachlich-inhaltliches Wissen verfügen und dieses zudem durchdringen und verstanden haben sollen. Das Zitat erschien 1871 in einer Denkschrift, welche sich unter anderem mit der Frage nach wissenschaftlich oder enzyklopädisch gebildeten Lehrerinnen und Lehrern beschäftigt. Du Bois-Reymond spricht sich hierbei klar für die wissenschaftliche Bildung von Lehrerinnen und Lehrern aus. Dies lässt sich daran erkennen, dass er nicht die reine Aneignung von „Definitionen, Theoremen und Beweisen“ nennt (Beutelspacher, Danckwerts, Nickel, Spies & Wickel, 2011), sondern das Verständnis der Mathematik, der Beschäftigung mit der „Quintessenz des ganzen mathematischen Wissens“ fordert (Du Bois-Reymond, 1874).

Bereits zu dieser Zeit, dem 19. Jahrhundert, wurden Lehrerinnen und Lehrer für höhere Lehrämter auf universitärem Wege zu fachwissenschaftlichen Gelehrten ausgebildet. Dabei schien der Fokus primär auf fachwissenschaftlichen Aspekten zu liegen, der Pädagogik und den didaktischen Aspekten wurde kein Raum geschaffen. Lehrerinnen und Lehrer, die in damaligen Volksschulen unterrichteten, erhielten jedoch keine akademische Ausbildung. Dies wurde erst zu Beginn des 20. Jahrhunderts in Ansätzen durch „Pädagogische Akademien“ ermöglicht, jedoch lag hier der Schwerpunkt vielmehr auf der Pädagogik, als auf der wissenschaftlichen Fachausbildung. Genau wie Du Bois-Reymond in seinem Zitat, forderten diesbezüglich auch die „Standesvertreter der Volksschullehrerschaft“ eine gleiche wissenschaftliche Ausbildung für alle Lehrämter, was jedoch bis heute noch nicht vollständig erreicht wurde (Graumann, 2014).

Zwar sind heute zutage die Ausbildungen aller Lehrämter nur auf universitären Wegen zu erlangen, jedoch unterscheidet sich zwischen den Schulformen gerade in der Mathematik die Tiefe der wissenschaftlichen Verarbeitung. Während angehende Gymnasiallehrer sich überwiegend mit fachwissenschaftlichen Aspekten und weniger mit pädagogischen Aspekten befassen, spielt bei Realschul-, Hauptschul-, und Grundschullehrern die Pädagogik eine viel größere Rolle. Dies ist meiner Meinung auch gerechtfertigt, da sich in den verschiedenen Schulformen auch der Grad des vermittelten Wissens, unterscheidet. Allgemein lässt sich aber sagen, dass die Forderung von Du Bois-Reymond nach der Vollständigen Beschäftigung mit der „Quintessenz des ganzen mathematischen Wissens“ und „das tiefe und deutliche Erfassen des mathematischen Gedankens „ nur dann erfolgen kann, wenn bei der Ausbildung von Lehrerinnen und Lehrern verschiedener Lehrämter nicht im Grad der Verarbeitungstiefe unterschieden wird. Aufgrund dieses Aspektes, treffen die Aussagen des Zitates aus dem 19. Jahrhundert, auch heute noch nicht vollständig zu.

Im Bezug zur Philosophie der Mathematik lässt sich sagen, dass unter anderem die Entstehung und die Geschichte der Mathematik für das Verständnis der heutigen Mathematik in der Lehrerbildung eine wichtige Rolle spielt. Die Fragen nach dem „Wie?“, „Warum?“ und „Woher?“ zum Beispiel, zählen auch zur tiefen Verarbeitung der „mathematischen Gedanken“. Dem Zitat von Du Bois-Reymond zufolge, spielt also auch die Philosophie der Mathematik, zum Beispiel in Form der kritischen Hinterfragung des Wissens und der wissenschaftlichen Aspekte, eine große Rolle für das Verständnis und das „Durchdringen“ der Mathematik und somit auch besonders für die wissenschaftliche Fachausbildung der Lehrerinnen und Lehrer.

Literaturverzeichnis

- Beutelspacher, A., Danckwerts, R., Nickel, G., Spieß, S. & Wickel, G. (2011). Mathematik Neu Denken. Abgerufen von <https://books.google.de/books?id=rTopBAAAQBAJ&pg=PA11&lpg=PA11&dq#v=onepage&q&f=false>
- Graumann, O. (2014). Aspekte der Geschichte der Lehrerbildung in Deutschland. Abgerufen von <http://www.ide-journal.org/article/graumann-geschichte-westeuropaischer-lehrerbildung/>

Jenny Klassen

Paul du Bois-Reymond ist offensichtlich der Meinung, dass ein Lehrer mehr wissen muss, als er den Schülern beibringen will. Konkret spricht er von der „Quintessenz des ganzen mathematischen Wissens“, die der Lehrer verinnerlichen soll.

Hier stellt sich natürlich die Frage, was genau mit dieser Quintessenz gemeint ist. Möglicherweise geht es hier um ein Wissen, auf das sich die Mathematik zurückführen lässt. Dabei könnte man beispielsweise an die Zahlentheorie oder Arithmetik denken, da (fast) die gesamte Mathematik auf Zahlen aufbaut. Unklar ist dann jedoch, ob dies auch für die Geometrie gilt oder ob man diese mit zum vorhin genannten Grundwissen zählen muss.

Man könnte den Begriff der Quintessenz hier allerdings auch so interpretieren, dass etwas gemeint ist, auf das sich die gesamte Mathematik bezieht, quasi ein Forschungsgegenstand der Mathematik. Einen solchen zu benennen fällt jedoch schwer, anders als bei anderen Wissenschaften wie der Physik oder den Wirtschaftswissenschaften.

In beiden der oben genannten Fälle wäre es jedoch nur schwer möglich, diese Quintessenz zu verinnerlichen, da nicht nur ihre Eindeutigkeit, sondern auch ihre Existenz durchaus in Frage zu stellen sind. Diese Diskussionen sind ein zentraler Punkt der Mathematikphilosophie.

Gerade im Hinblick auf die heutige Situation würde ich den Begriff der Quintessenz deshalb noch anders interpretieren:

Im Mathematikunterricht hört man immer wieder die Frage: „Wofür brauchen wir das denn später mal?“. In diesem Kontext könnte man die Quintessenz der Mathematik als das Wissen, dass Mathematik überall in unserem täglichen Leben zu finden ist, definieren. Wenn einem Lehrer die Allgegenwärtigkeit der Mathematik in der heutigen Gesellschaft bewusst ist und er den Schülern dies vermitteln kann, dann denke ich, dass diese, wie es auch Paul du Bois-Reymond beschreibt, ein größeres Interesse an der Mathematik zeigen werden.

Lehramtsstudierende im Fach Mathematik sollten also heutzutage lernen, Anwendungsbezüge zu den verschiedenen Themen der Mathematik zu schaffen um den Schülern zu verdeutlichen, dass Mathematik heutzutage in (fast) allem steckt: Den Autos die wir fahren, den Häusern, die wir bauen, etc.. Interessant sind solche Anwendungsbezüge dann bezogen auf die Fächerkombinationen der Studierenden, besonders im Bereich der Naturwissenschaften.

Insgesamt teile ich also die Meinung von Paul du Bois-Reymond, dass ein Mathematiklehrer mehr wissen sollte, als er den Schülern beibringen soll. Es bleibt allerdings unklar, was genau Bois-Reymond mit der Quintessenz der Mathematik meint. Vielleicht muss jeder Mathematiklehrer diesen Begriff für sich selbst definieren und sein Wissen dementsprechend vermitteln.

Philip Kugelmeier

Zu Beginn des 19. Jahrhunderts waren Lehrer des höheren Lehramts Kirchenmänner, die sich vom geistlichen Amt abgewandt hatten oder auf eine Pfarrstelle warteten.

Mit der Reform der Universität änderte sich das Bild des Gymnasiallehrers. Wilhelm von Humboldt führte das „Examen pro facultate docendi“ ein, welches fortan jeder werdende Gymnasiallehrer ablegen musste.

Der Schwerpunkt der höheren Lehrerausbildung lag in der Verbesserung der wissenschaftlichen Ausbildung. Zu dieser Zeit fehlte eine pädagogische Ausbildung noch gänzlich. Es galt das Prinzip, dass ein guter Wissenschaftler gleichzeitig auch ein guter Lehrer sein muss.

Es wurde also schon im 19. Jahrhundert der Grundstein für die Diskussion über die angemessenen Anteile der Lehrerausbildung gelegt.

Zu den fundamentalen Inhalten der Lehrerausbildung zählen bis in die heutige Zeit das fachliche - also der wissenschaftliche Bereich - und das pädagogische Feld sowie das fachdidaktische Feld.

Hier lässt sich auch das gegebene Zitat von Paul du Bois-Reymond aus Mitte des 19. Jahrhunderts einordnen. Seiner Ansicht nach muss ein Gymnasiallehrer „durchtränkt sein von der Quintessenz des ganzen mathematischen Wissens“ (Zitat: Paul du Bois-Reymond). Nur durch eine hervorragende universitäre wissenschaftliche Ausbildung ist ein Lehrer in du Bois

Augen dazu fähig seinen Schülern das Fach Mathematik nahe zu bringen. Er befürwortet also sehr klar den fachlich sehr gut gebildeten Lehrer und nimmt Abstand von dem pädagogischen Aspekt der Lehrerausbildung.

Bis in das späte 19. Jahrhundert war das Berufsbild des Lehrers durch den Fachgelehrten bestimmt.

Erst um 1890 ergänzte man das universitäre Studium durch eine zweite Phase, in der die praktischen Fähigkeiten des Lehrerberufs erlernt werden sollten. Dieses Modell hält sich grundlegend bis in die heutige Zeit.

Heutzutage wird die Lehrerausbildung in drei grundlegende Teile geteilt. Dazu gehören der pädagogische Teil, der fachliche Teil und der fachdidaktische Teil.

Meiner Meinung nach nimmt der fachliche Teil immer noch eine zu große Rolle in dem Lehramtsstudium ein. Zwar schließe ich mich der Ansicht Paul du Bois-Reymond an, nämlich dass Lehrer mehr wissen müssen, als das was sie ihren Schülern beibringen. Allerdings müssen sie nicht das komplette Wissen erlangt haben, das ein Fachmathematiker, der vielleicht mal ein Universitätslehrer wird, während seines Studiums erlangt.

Der fachdidaktische und pädagogische Teil der Lehrerausbildung haben in den Jahren oberflächlich zugenommen.

Ich stelle für mich aber fest, dass ich von Vorlesungen aus diesen Bereichen nur wenig halte.

Diese eher wenig komplexen Veranstaltungen setzen in der Gymnasiallehrerausbildung erst im dritten Semester ein. Zuvor wurde man in den ersten zwei Semestern in den fachlichen Vorlesungen mit Unmengen an fachlichem und meist auch sehr komplexem Wissen gefüllt. Danach kommen einem diese Veranstaltungen als eher unnützlich vor.

Die praktischen Teile des Lehramtsstudiums haben hingegen zur damaligen Zeit sehr zugenommen.

Heutzutage muss ein werdender Lehrer mehrere Praktika und Praxisphasen während seines Studiums absolvieren, in denen er das praktische Handwerk des Lehrerberufs erlernt. Ich bin der Meinung, dass diese Phasen auch überwiegend dazu dienen, die pädagogischen sowie die fachdidaktischen Aspekte des Lehrerberufs zu erlernen.

Da diese Teile in der universitären Ausbildung nur sehr wenig behandelt werden, hat man während der Praktika die Gelegenheit, von den „Alten“ zu lernen und man kann sich gewisse pädagogische „Kniffe“ und fachdidaktische Herangehensweisen abgucken.

Zusammenfassend würde ich sagen, dass die heutige Lehrerausbildung sehr viel praktischer geworden ist und auch die fachdidaktischen und die pädagogischen Teile deutlich zugenommen haben. Allerdings kommt es mir vor, als ob keine Verschiebung der Wichtigkeit der einzelnen Teile der Lehrerausbildung stattgefunden hat. Eher habe ich das Gefühl, dass zu dem ohnehin schon großen Anteil des fachlichen Wissens der fachdidaktische und der pädagogische Teil hinzu gekommen sind.

Ich denke was Paul du Bois-Reymond in seinem Zitat auch versucht zu beschreiben, ist dass das oberflächliche Wissen der Mathematik, also das Anwenden von sturen Regeln und „Rezepten“ für bestimmte Aufgabentypen, nicht ausreicht, um Schülern das Fach Mathematik zu vermitteln. Es gehört auch dazu zu wissen wo gewisse Dinge aus der Mathematik herkommen und in welchem Maße die theoretische Mathematik auch auf die Realität angewandt werden kann.

So würde ich sagen, dass es Schülern leichter fällt sich etwas zu merken, wenn sie wissen wie diese Regel entstanden ist, als wenn man sie ihnen einfach nur präsentiert als ob sie vom Himmel gefallen ist.

Mit diesen Hintergründen und dem kritischen Hinterfragen der Seinsweise der Mathematik beschäftigt sich gerade die Philosophie der Mathematik.

Man kann also sagen, dass für einen guten Lehrer nicht reicht, die Regeln und Gesetze der Mathematik zu kennen, sondern er muss sich auch mit Fragen auseinandersetzen können, wo eben diese Regeln herkommen und woher die Mathematik kommt.

Caroline Lambrecht

Das Zitat entstammt einer Denkschrift aus dem Jahre 1874 von Du Bois-Reymond. Darin widmet er sich unter anderem der Frage, ob ein Lehrer „wissenschaftlich oder encyclopädisch gebildet“ sein solle. Im Zitat wird deutlich, wie wichtig Du Bois-Reymond ein (fach-)wissenschaftlich gebildeter Lehrer, also ein von „der Quintessenz des ganzen mathematischen Wissens“ durchtränkter Lehrer ist. Dies zeigt, dass schon vor mehr als 140 Jahren eine Auseinandersetzung mit der Lehrerbildung stattfand. Denn ob und wie ein Lehrer guten Mathematikunterricht gestaltet und was die Inhalte dieses Unterrichts sind, wird nicht nur durch die aktuellen Lehrpläne, sondern auch wesentlich durch die Lehrerbildung beeinflusst. Auch wenn ich Du Bois-Reymond recht gebe mit seiner Ansicht, so reicht es für eine erfolgreiche Mathematik Lehrerbildung im Lehramtsstudium (gym.) jedoch nicht aus, die Studenten fachwissenschaftlich zu bilden und der Studienaufbau ist defizitär.

Viele Studenten, so haben es Studien und Umfragen unter Referendaren seit den 1990er Jahren gezeigt, empfanden das Lehramtsstudium als unzureichend in der Vorbereitung auf die Schulpraxis, da die Schwerpunkte stark auf den fachwissenschaftlichen Veranstaltungen liegen und kaum Verknüpfungen zur späteren Berufspraxis hergestellt werden. Viele Studenten verloren ihre Begeisterung zum Fach und dachten häufig an einen Studienfachwechsel. Die Lehr- und Lernformen wurden kritisiert und die Studienbedingungen wurden im Vergleich zu den Meinungen der Fachstudenten schlecht bewertet. Insgesamt fiel die Bewertung ihres Studiums bei Lehramtsstudenten „erschreckend“ negativ aus (vgl. Beutelspacher et alii (2011), S.5-7). Auch in Gesprächen mit Kommilitonen an der Universität Siegen bin ich zu einem ähnlichen Ergebnis gelangt. Bei Vielen zieht sich das Studium in die Länge und Berichte von Negativerfahrungen und Motivationsproblemen häufen sich. Auch mir gegenüber wurde sich über die Praxisferne beklagt und gerade in den ersten Semestern (in denen laut Studienverlaufsplan der Universität Siegen Analysis 1 und 2 sowie Lineare Algebra, also hochmathematische Veranstaltungen, vorgesehen sind) teilte ich diese Ansicht. Zu einer anderen Erkenntnis bin ich erst nach und nach durch eine didaktische Veranstaltung gelangt, in der quasi nebenbei der möglicherweise philosophische Frage nachgegangen wurde, warum die Mathematik so aufgebaut ist, wie sie es ist. Nämlich, dass Hochschulmathematik (spätestens seit der Grundlagenkrise) logisch-deduktiv aufgebaut ist, also auf der Grundlage von Axiomen, die ein in sich schlüssiges System bilden ohne dabei etwas darstellen zu wollen, mithilfe von Beweisen weitere Sätze gebildet werden und diese so nach und nach das ganze Regelsystem der Mathematik bilden. - Dass der Begriff „Gerade“ in einem Axiomensystem eben nicht zwangsläufig das darstellen muss, was man sich unter einer Gerade vorstellt, sondern eben nur ein Objekt ist, das den definierenden Regeln genügt. Diese Gedanken waren mir und vermutlich vielen Anderen zu Beginn des Studiums nicht klar und in verschiedenen mathematischen Vorlesungen, die ich erlebt habe, hat es auch niemand für nötig gehalten, diese Umstände zu erklären. So kannte ich die Begriffe Axiome, Sätze, Definitionen und Beweise, doch konnte damit nicht viel verbinden, als eine schwer zu merkende Masse verbunden mit dem Gefühl von Unverständnis und Enttäuschung. Bei den in der Vorlesung einfach nur an die Tafel geschriebenen Regelsystemen war ich immer auf der Suche nach einer Erklärung und nach Verständnis, ohne Begreifen zu können, dass das Regelsystem an sich bereits den „mathematischen Gegenstand“ darstellte. Erst durch die Auseinandersetzung mit der Grundlagenkrise der Mathematik zu Beginn des 20. Jahrhundert hat sich das für mich geändert. Hätte jene Veranstaltung zu Beginn meines Studiums gestanden, oder hätte eine der ersten Veranstaltung über den Tellerrand des „absolut Logischen“ hinaus diese Frage gestellt, so wäre für mich der Start ins Studium erleichtert worden.

Man wird kein Mathematikexperte dadurch, dass man „alle“ Sätze und Beweise im Studium kennen lernt, wenn diese wichtige Erkenntnis fehlt. Stattdessen führte der holprige Beginn für manche meiner Kommilitonen dazu, dass diese von Gymnasiallehramt zu Haupt- und Realschullehramt wechselten oder gar das Studium vorzeitig beendeten. An dieser Stelle könnte ich noch weitere Beispiele nennen, welche Gedankengänge und Anregungen zu Beginn des Studiums geholfen hätten, zusammenfassend kann ich jedoch sagen, dass erst in den didaktischen Veranstaltungen mein höheres Verständnis der Mathematik gereift ist, da erst in

diesen Veranstaltungen das „Wesen der Mathematik“ auch reflektiert wurde.

Da hat es meinen Hochschullehrern auch nicht genützt, dass diese von der „Quintessenz des mathematischen Wissens“ durchtränkt sind, denn das alleine reicht offensichtlich für gute Lehre nicht. Ein paar didaktische Überlegungen hätten keinem Dozenten geschadet, denn eine Vorlesung, in der lediglich das Skript an die Tafel geschrieben wird, obwohl die gleichen Sätze, in leicht veränderter Reihenfolge, in sämtlichen Mathematikbüchern zu finden sind, ohne die Zeit der Vorlesung für eine Hinführung an das Thema zu nutzen, ist aus Sicht vieler Studenten und auch mir Zeitverschwendung.

Mehr Hintergrundwissen eröffnet dem Pädagogen mehr Wege, dem Lernenden Zugänge zum Thema zu gewähren, doch eine Reflektion der Denkweisen des Lernenden darf nicht vergessen werden. Das Lehramtsstudium könnte dadurch verbessert werden, dass es zunächst Einführungsveranstaltungen auf didaktischer Basis gibt, oder verknüpft mit der Veranstaltung „Philosophie der Mathematik“, denn dadurch kann die Akzeptanz der fachmathematischen Veranstaltungen bei den Studenten möglicherweise aufgebaut und die Demotivation durch Misserfolge verhindert werden.

Literatur:

- Beutelspacher, A.; Danckwerts, R.; Nickel, G. Et Alii (2011): Mathematik Neu Denken. Impulse für die Gymnasiallehrerbildung an Universitäten. Springer: Wiesbaden.

Carolyn Laudenberg

Das von dem deutschen Mathematiker Paul Du Bois-Reymond (1831-1889) getätigte Zitat sagt aus, dass Mathematik Lehrer sich nicht ausschließlich den Stoff aneignen sollen, den sie den Schülerinnen und Schülern lehren, sondern auch die Hintergründe dessen, den mathematischen Gedanken, verstehen und anwenden sollen.

Du Bois-Reymond tätigte dieses Zitat in einer Denkschrift aus dem Jahre 1874, in welcher er sich mit dem Thema „Wissenschaftliche oder enzyklopädisch gebildete Lehrer?“ auseinandersetzt (Beutelspacher, Danckwerts, Nickel, Spies & Wickel, 2011).

In dem Zitat ist klar zu erkennen, dass sich Du Bois-Reymond für den wissenschaftlich gebildeten Lehrer ausspricht (Beutelspacher et al., 2011).

Neben seinem anfänglichen Medizin-Studium in Berlin fand der spätere Mathematiker aber immer mehr Gefallen am Studium der Mathematik und Physik, welches er für drei Jahre in Königsberg absolvierte. Nach seiner Rückkehr nach Berlin erhielt er durch abgelegte Prüfung das Recht, das höhere Lehramt zu unterrichten. 1865 habilitierte er allerdings für das Fach der reinen Mathematik an der Universität in Heidelberg und widmete seine Studien und Lehren ab diesem Zeitpunkt ausschließlich Hochschuleinrichtungen (Kern, 1992).

Ordnet man das Zitat in den geschichtlichen Kontext ein, so findet man sich im Zeitalter der Moderne des 18. Und 19. Jahrhunderts wieder. Ende des 18. Jahrhunderts übernahm zunehmend der Staat die Aufgabe, das Schulwesen zu koordinieren und es wurde festgelegt, dass Schulen und Universitäten von nun an Einrichtungen des Staates waren.

Anfang des 19. Jahrhunderts verbesserte sich mit der Erneuerung des Schulunterrichts auch die Lehrerausbildung. Wurden vor allem ländliche (mittlere) Schulen zuvor von Lehrmeistern betrieben die eigentlich ein Handwerk ausübten und nicht hauptberuflich Lehrer waren, so wurden zu dieser Zeit spezielle Seminare gegründet um die Ausbildung der Lehrer zu verbessern (BOCHUM, 2017).

Allerdings hatten auch noch im 19. Jahrhundert nur die Lehrer des höheren Lehramts eine universitäre Ausbildung, welche aber meistens weder Didaktik noch Pädagogik mit einschloss. Der Gymnasiallehrer hatte die Aufgabe, die Schüler für das Studium an Universitäten auszubilden und hielt somit meistens einen (fach-)wissenschaftlich ausgerichteten Unterricht (Graumann, 2014). Du Bois-Reymond forderte also zu dieser Zeit eine universitäre Ausbildung für alle Lehrer und nicht nur für die des höheren Lehramts.

Mit Bezug auf die heutige Situation fällt natürlich sofort auf, dass eine Lehrerausbildung, egal

für welche Schulform, ausschließlich auf universitärem Wege zu erlangen ist, sich aber, besonders in der Mathematik, trotzdem in der Tiefe der gelehrten Inhalte unterscheidet.

In gewissem Sinne bekommen nur die Gymnasiallehrer einen, wie Du Bois-Reymond es nennt, etwas tieferen Einblick in die „Quintessenz des ganzen mathematischen Wissens“. Die „übrigen“ Lehrer schneiden diese Themen zwar auch an, aber nicht in dem Umfang wie es für das Gymnasiallehreramt vorgesehen ist.

Geht man genauer auf das Zitat des Mathematikers ein, hat sich die Lehrerbildung vom 19. Jahrhundert bis heute weiterentwickelt und der wissenschaftliche Aspekt ist neben dem der Didaktik und Pädagogik deutlich in den Vordergrund gerückt. Trotzdem wird aber auch heute noch unterschiedlich viel Wert auf „das tiefe und deutliche Erfassen des mathematischen Gedankens“ (Du Bois-Reymond, 1874) bei den verschiedenen Lehramt Studiengängen gelegt. Da eben nicht alle die gleiche mathematische Ausbildung erhalten, liegt der Gedanke nahe, dass auch noch der Aussage Beachtung geschenkt wird, dass „man nicht viel mehr zu wissen brauche, als man zu lehren hat“ (Du Bois-Reymond, 1874).

Natürlich ist die Aussage in dieser Form überzogen, da in jedem Studiengang deutlich mehr gelernt wird, als man später zu lehren hat, trotzdem trifft sie insofern zu, dass ein Gymnasiallehrer, der seinen Schülern aufgrund der festgelegten Curricula mehr mathematischen Stoff beizubringen hat als ein Hauptschullehrer auch eine umfangreichere mathematische Ausbildung erhält.

Das Zitat von Du Bois-Reymond würde also nur auf die heutige Situation zutreffen, wenn für jeden Lehramt Studiengang die gleiche mathematische Ausbildung vorgesehen wäre.

Bringt man die Rolle der Philosophie der Mathematik mit diesem Thema in Zusammenhang, so gehört auch sie zur „Quintessenz des ganzen mathematischen Wissens“ und zum „Erfassen des mathematischen Gedankens“. Auch ihre Inhalte sollten im Lehramt Studium gelernt werden, da Mathematik nicht nur aus Sätzen, Beweisen und Rechnen besteht, sondern es wichtig ist, die Hintergründe und die Entstehung der Mathematik zu hinterfragen und zu erforschen. Um Mathematik als Ganzes verstehen zu können, sollte man nicht nur betrachten wie sie jetzt ist, sondern wie und warum man früher darauf gekommen ist.

Literaturverzeichnis:

- Beutelspacher, A., Danckwerts, R., Nickel, G., Spieß, S. & Wickel, G. (2011). Mathematik Neu Denken. Abgerufen von <https://books.google.de/books?id=rTopBAAQBAJ&pg=PA11&lpg=PA11&dq#v=onepage&q&f=false>
- BOCHUM (2017). Entwicklung des Schulwesens. Abgerufen von <https://www.bochum.de/C125708500379A31/vwContentByKey/W28C6CQE563BOLDDE>
- Graumann, O. (2014). Aspekte der Geschichte der Lehrerbildung in Deutschland. Abgerufen von <http://www.ide-journal.org/article/graumann-geschichte-westeuropaischer-lehrerbildung/>
- Kern, K. (1992). Die Entwicklung des Fachs Mathematik an der Universität Heidelberg 1835 – 1914. Abgerufen von <http://archiv.ub.uni-heidelberg.de/volltextserver/14583/1/kern.pdf>

Lena Mülln

Im Kontext der mathematischen Schulbildung wird fortwährend versucht, eine Legitimation des für Mathematiklehrerinnen und Mathematiklehrer hierzulande obligatorischen, universitären Studium der Mathematik zu unternehmen.

Die Wurzeln einer solchen Überlegung reichen hierbei jedoch weit in die Vergangenheit zurück: Bereits der deutsche Mathematiker David Paul Gustave Du Bois-Reymond (1831-1889) konstatierte schon im Jahre 1874 in seiner Denkschrift, dass es unerlässlich für fruchtbaren Mathematikunterricht sei, dass die Lehrperson über ein gesteigertes Fachwissen der Mathematik

verfüge, das den Inhalt der praktizierten Lehre selbst übersteigt. Er plädiert folglich für einen Gymnasiallehrer Typus, der den wissenschaftlichen Ansprüchen der Mathematik, selbst im Rahmen schulischer Lehrveranstaltungen, ganzheitlich gerecht wird. Die Tatsache, dass Du Bois-Reymond seinerzeit selbst in der Lehre tätig war (erst an einem Berliner Gymnasium, später an der Universität Heidelberg, Freiburg, Tübingen und Berlin), lässt die Vermutung zu, dass er diese Ansicht im Zuge seiner eigenen Praxiserfahrungen innerhalb der Lehre der Mathematik entwickelte und konkretisierte.

Auch in der heutigen Zeit ist die Frage nach der eingangs bereits angedeuteten Sinnhaftigkeit des fachlichen Umfangs des Mathematikstudiums für Gymnasiallehrer immer noch präsent. So untersucht die COATIV-Studie beispielsweise den Zusammenhang von professionellem Lehrerwissen und den daraus resultierenden Schülerleistungen.

Die Studie stellt dabei drei Komponenten des Professionswissens heraus: das pädagogische Wissen, das Fachwissen, sowie das fachdidaktische Wissen. Letzteres wird aus heutiger Sicht zum Erreichen des schon von Du Bois-Reymond geforderten Unterrichtsziel der Mathematik nochmals in drei Subkomponenten untergliedert: das Wissen, wie mathematische Zusammenhänge den Schülern leicht zugänglich gemacht werden können, das Wissen über fachbezogene Schülerkognitionen und das Wissen um das kognitive Potential von Mathematikaufgaben. Hinsichtlich des benötigten mathematischen Fachwissens verdeutlichen Studien wie die COATIV-Studie, dass Fachwissen nicht einfach als universitäres Wissen zu sehen sei, das gänzlich vom Schulwissen zu unterscheiden sei, sondern viel mehr ein tieferes Verständnis der für das Sekundar-Curriculum erforderlichen Inhalte darstelle. Diese seien ferner von einem erhöhten Standpunkt aus zu betrachten, um einen zielgerichteten und auch souveränen Unterricht als Lehrperson leisten zu können. Es geht schließlich darum, eine Basis für Mathematiklehrerinnen und Mathematiklehrer zu schaffen, die als motivationales und kognitiv geprägtes Fundamentum fungiert, um den berechtigten Anspruch auf Professionalität im Fach Mathematik gerecht werden zu können.

Eben diesem modernen Standpunkt der Thematik möchte ich mich gerne anschließen, da auch ich es persönlich für wichtig halte, das Fach Mathematik im Schulalltag würdig vertreten zu können. Des Weiteren ist es aus meiner Sicht unabdingbar, dass Mathematiklehrerinnen und Mathematiklehrer ihren fachlichen Horizont zusätzlich erweitern, um einen möglichst viel umfassenden Blick auf das Fach zu erhalten, sodass größere Strukturen und wesentliche Zusammenhänge erschlossen werden können. Dies resultiert, meiner Meinung nach, in einem für die Schülerinnen und Schüler aussichtsreichen Unterricht, da erstens die Souveränität der Lehrperson steigt und ein tiefgehendes Verständnis zweitens unbedingte Grundlage dafür ist, komplexe Themen dennoch verständlich (und damit zugänglich) für die Schülerinnen und Schüler zu machen. Kritisch ist an dieser Stelle jedoch anzumerken, dass das enorme zu lernende Fachwissen leicht den Blick auf die eigentliche "Quintessenz" der Mathematik, nämlich der Aneignung neuer Denk- und Herangehensweise an mathematische Probleme, durch bloßes "Lernen, um zu Bestehen" verschleiert wird.

Der Anteil der Philosophie der Mathematik könnte in diesem Kontext darin liegen, dass Philosophie kontinuierlich versucht, die Mathematik hinsichtlich ihrer Modalitäten, wie etwa Voraussetzungen, Gegenstand oder Methode, zu beschreiben. So muss man feststellen, dass die Mathematik nicht bloß einfach Fachwissenschaft allein ist, sondern eine gewisse Art von Kulturgut für die Gesellschaft darstellt. Die Philosophie der Mathematik erlaubt uns eine vom Fachlichen abgegrenzte Sicht auf die Mathematik, welche unerlässlich ist, um ihren Prozess nachzuvollziehen und zu verstehen. Ebendiese Erkenntnis erlaubt, sich in Fragen wie der oben thematisierten eine fundierte Meinung bilden zu können, um eine möglichst gute Antwort darauf zu finden und aktiv an der Gestaltung der Lehradaption von Mathematik kompetent teilnehmen zu können.

Ann-Kristin Nacken

Mathematik gilt in der Gesellschaft als einer der schwierigsten Studiengänge, die es gibt. Dies liegt vor allem an der großen Diskrepanz zwischen dem universitären und dem schulischen Lehrstoff. Aufgrund dieser Diskrepanz wird besonders unter den Lehramtsstudenten häufig die Frage aufgeworfen, wofür man etwas studieren muss, was man vermeintlich nicht mehr braucht, in seinem Lehrer-Dasein. Mit dieser Thematik beschäftigte sich schon Paul Du Bois-Reymond. Für ihn steht fest, wenn ein Lehrer nur das kann, was in der Schule gelehrt wird, so wird er sein Fach nicht gut unterrichten können, da ihm die Zusammenhänge und Hintergründe fehlen.

Doch wie sieht denn nun die Realität tatsächlich aus? Betrachtet man den Lehrplan eines Gymnasiums und das Modulhandbuch des Lehramtsstudiums für Gymnasium und Gesamtschule des Faches Mathematik und vergleicht in diesen die Überschriften, so finden sich oberflächlich viele Parallelen. Analysis, Lineare Algebra und Stochastik, diese drei Oberbegriffe tauchen in beiden Lehrplänen auf. Was jedoch jeweils damit gemeint ist, unterscheidet sich stark voneinander. Betrachten wir die Analysis einmal genauer. In der Oberstufe bedeutet Analysis vor allem Kurvendiskussion von ganzrationalen Funktionen und Funktionsscharen, die damit verbundene Differentialrechnung und Integralrechnung. Um dies zu beherrschen wendet man Gesetze und Regelmäßigkeiten an, die der Lehrer einem vorgibt. Bei einer Analysisvorlesung an der Universität beginnt man erst einmal bei der Ordnung der Zahlen und arbeitet sich dann weiter vor über den Stetigkeitsbegriff bis zur Differentialrechnung und schließlich auch der Integralrechnung. Im Vergleich zur Schulmathematik gibt es nun aber einen bedeutenden Unterschied. Man erarbeitet sich beispielsweise die Differentialgleichung nicht, indem man einfach Gesetze auswendig lernt, sondern reflektiert und begründet seinen Rechenweg. Viele Eigenschaften werden in der Schule völlig außer Acht gelassen, wie zum Beispiel, dass eine Funktion stetig sein muss, damit sie differenzierbar ist.

Ein Mathematiklehrer sollte jedoch, im Gegensatz zu seinen Schülern, diese Hintergründe kennen und mit ihnen umgehen können, um fachlich korrekt und reflektiert auf Fragen der Schüler antworten zu können. Außerdem lässt sich auch für Schüler nur dann ein roter Faden in der Unterrichtsgestaltung erkennen, wenn der Lehrer tatsächlich für sich eine Struktur hat und gegebenenfalls an bestimmten Stellen Verknüpfungen zu vergangenen Unterrichtsinhalten herstellen kann.

Die Philosophie der Mathematik könnte in diesem Zusammenhang eine vermittelnde Rolle spielen, indem sie, aus der Geschichte heraus, diese Zusammenhänge herausfiltert und somit für ein übergreifendes Verständnis sorgt. Außerdem kann die Philosophie bei dem Übergang von Schule in das Studium einen großen Beitrag leisten. Dieser fällt nämlich häufig besonders schwer, da man in der Schule häufig nur schematische Rechenwege lernt, mit denen man dann die Aufgaben lösen kann. In der Hochschule muss man jedoch häufig Aussagen beweisen. Diese Herangehensweise an den Beweis, weist große Ähnlichkeit mit der Philosophie auf, da man, genau wie in der Philosophie, eine These hat, auf die man aus verschiedenen Richtungen blicken muss, um dadurch zu einer reflektierten Begründung dieser zu gelangen.

Linda Marie Neef

Das Wissen, welches einem in seinem Lehramtsstudium vermittelt wird, steht in einem starken Kontrast zu dem, was man als Lehrer später einmal unterrichten wird. Gerade in allgemeinbildenden Fächern hat jeder Abiturient die Lerninhalte der Sekundarstufe II kennengelernt und sich damit beschäftigt. Im Bereich Mathematik bedeutet das, dass die Lehramtsstudentin oder -student alle Grundlagen der Analysis, linearen Algebra und Stochastik beherrscht oder beherrschen sollte. Sehr oft beschäftigen sich diese Studenten in Form von Nachhilfestunden weiterhin mit diesen Themen und geben Schülern Hilfestellungen beim Lernen der für sie neuen mathematischen Probleme. Der Lehrinhalt für die gymnasiale Oberstufe scheint hiermit klar und in der Theorie für die Lehrkraft durchführbar. Es stellt sich daher die Frage, was einem das Mathematikstudium noch an fachmathematischen Kompetenzen vermitteln kann.

Der deutsche Mathematiker Paul du Bois-Reymond beschäftigte sich mit der Fragestellung, wie

viel Wissen notwendig ist, um ausgebildet für eine erfolgreiche Lehre zu sein. Seiner Ansicht nach herrsche in der Mathematik der Trugschluss, „dass man nicht viel mehr wissen brauche, als man zu lehren hat“. Diesen Standpunkt wird bisweilen jeder angehende Mathematikstudent für Lehramt nachvollziehen können, denn gerade in den ersten Semestern stellt sich schnell die Frage, wofür man Körperaxiome braucht und was es mit Gruppen und Ringen auf sich hat. Man mag sich als mathematisch begabt vorkommen, da man schließlich in der Oberstufe mit Mathematik nie Probleme hatte und den Stoff, den man später einmal unterrichten wird doch schon kennt und beherrscht. Doch gerade im ersten Semester bekommt man schnell seine Grenzen aufgezeigt. Es scheint also so, als ob viel mehr nötig sei. Den Ansatz von Bois-Reymond lernt man schnell zu verstehen, je weiter man im Studium voranschreitet. Man lernt Dinge viel besser zu präzisieren, lernt eine genauere Sprache. Zudem begreift man die Theorie hinter all der anwendungsorientierten Schulmathematik. Schlüsse werden nachvollziehbarer und es ergibt Sinn, wieso man immer etwas machte ohne zu wissen wieso es gemacht werden durfte. Von daher ist dieser Punkt definitiv nicht falsch. Obwohl auch hier Grenzen gesetzt werden müssen. Es ist deprimierend sich mit Dingen im Studium befassen oder ärgern zu müssen, die thematisch im weiteren Leben als Lehrer nur noch eine verminderte bisweilen keine Rolle mehr spielen. Daher sind hier der Sinn und die Notwendigkeit an oberste Stelle zu sehen. Eine Ausnahme macht Bois-Reymond, indem er die Universitätslehrer in Schutz nimmt. Ihr Wissen in den Vorlesungen sei nun mal schon „[...] die Grenze des Wissens“ Dies mag zwar durchaus so sein, jedoch ist auch das Publikum ein völlig anderes. Eine Universität hebt sich stark von der Schule ab und das gilt es auch für das Wissen. Jeder Lehrende an einer Universität ist ein Experte auf seinem Gebiet. Als Lehrer sollte man durchaus vertraut sein mit der Forschung, jedoch sollte man die Themen im Unterricht sehr gut beherrschen, während man hingegen nicht alles weitere können müsse. Zwar ist es wichtig Entwicklungen im eigenen Fachgebiet erfassen zu können, nur sollte dies nicht zu abschweifend sein.

Die Forderung von Bois-Reymond an zukünftige Lehrkräfte ist eine sehr starke. Er behauptet, „um die die Elemente der Mathematik [...] zu lehren, muss der Lehrer durchtränkt sein von der Quintessenz des ganzen mathematischen Wissens.“ Diese Forderung empfinde ich als sehr stark überzogen. Sicher er sollte in seinem Fach Ahnung haben und darüber hinaus reichende Kenntnis besitzen. Jedoch ist ein Mathematiklehrer in vielen Bereichen tätig. Mathematiker spezialisieren sich als Numeriker, Analytiker oder Stochastiker, während ein Lehrer das komplette Spektrum der Mathematik versuchen muss nach didaktischen Grundsätzen abzubildenden.

Ein Punkt an dem man Bois-Reymond durchaus beipflichten kann ist, ist die Behauptung, dass das sich „[...] das tiefe und deutliche Erfassen des mathematischen Gedankens [...]“ positiv auf die Lehre und den Unterricht auswirkt. Meiner Meinung hat er in diesem Punkt Recht. Nur wer selbst versteht worüber er redet, hat auch die nötigen Voraussetzungen sein Wissen adäquat zu vermitteln. Nur wenn er auf jede mögliche Nachfrage vorbereitet ist, kann er entspannt unterrichten.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass Bois-Reymonds Behauptungen durchaus ihre Existenz besitzen, obwohl manche Äußerungen recht drastisch sind und vom eigenen Ermessen als überzogen angesehen werden können. Jedoch und das soll an dieser Stelle nicht vergessen werden, stellt er den Mehrwert und die Notwendigkeit einer guten universitären mathematischen Ausbildung für den späteren Lebensweg des Lehrers heraus. Jeder angehende Lehrer sollte sich darüber beim Selbststudium Gedanken machen und seine eigenen Vorteile für seinen späteren Beruf daraus ziehen.

Tobias Schneider

Das vorhandene Zitat von Paul du Bois-Reymond (1831-1889) thematisiert die Spannung zwischen dem hochschulmathematischen Fachwissen und den schulbezogenen Erfordernissen an Lehramtstudierende.

Paul du Bois-Reymond war seiner Zeit selbst sowohl als Lehrer von 1861 bis 1865 am

Friedrich-Werderschen Gynmasium in Berlin, als auch als Dozent an den Universitäten Heidelberg, Freiburg, Tübingen und der Technischen Hochschule in Berlin tätig. Seine Tätigkeiten als Lehrer und Dozent ermöglichten ihm einen guten Einblick in die beiden Bereiche, über die er in seinem Zitat spricht.

Er behauptet, dass grade die Lehrer das ganze mathematische Wissen erfasst haben müssten, um klar, verständlich und erfolgreich unterrichten zu können. Die weitverbreitete Auffassung, dass es reichen würde lediglich den Unterrichtsstoff verstanden zu haben, sei hingegen falsch. Diese Auffassung sei höchstens für Universitätslehrer zutreffend, da sie in manchen Fällen nicht mehr wissen können, als sie in ihren Veranstaltungen lehren, weil dies oft schon die Grenzen des mathematischen Wissens seien.

Diese Problematik ist auch heute noch sehr aktuell. Immer wieder scheitern Lehramtstudierende an der Hochschulmathematik, da diese, so könnte man meinen, nicht mehr viel mit der Schulmathematik gemeinsam hat. Natürlich stellt sich dann auch die Frage wozu man dieses Fachwissen im Studium lernen muss, wenn es doch später in der Schule von keinem Lehrer mehr gefordert wird. Diese Tatsache frustriert viele Lehramtstudierende und regt sie nicht selten zu Gedanken an einen Studienfachwechsel an. Sie sehen kaum noch eine Verbindung zu Ihrem Berufsziel und wünschen sich mehr Veranstaltungen, die gerade auf dieses Berufsziel des Lehrers vorbereiten. Auch Studien belegen, dass viele Studierende ihr Studium zu theoretisch einschätzen und sich deutlich mehr Praxisbezug wünschen.

Diese Auffassung ist nach Paul du Bois-Reymond jedoch nicht zutreffend. Ein guter Mathematiklehrer muss seiner Meinung nach den Gesamtzusammenhang verstanden haben und einen weitaus tieferen Einblick in die Mathematik haben, als seine Schülerinnen und Schüler. Denn nur so ist es ihm möglich in seinem Unterricht erfolgreich zu lehren und den Schülern alle Fragen zu beantworten.

So entsteht eine brisante Spannung zwischen dem mathematischen Fachwissen, das in den Hochschulen gelehrt wird und dem, was der Lehrer letztendlich wirklich in der Schule an Kenntnissen benötigt, um seine Schülerinnen und Schüler zu unterrichten.

Die Philosophie der Mathematik könnte hier versuchen eine Brücke zu schlagen und den Lehramtstudierenden wieder mehr Verbindungen zwischen diesen beiden Ebenen aufzuzeigen.

Befasst man sich mit der Geschichte der Mathematik, so wird deutlich, wie lange es diese Problematik schon gibt und wie aktuell sie heute immer noch ist. Die Philosophie der Mathematik kann den Studierenden tiefere Einblicke in die Entstehung mancher mathematischer Phänomene geben. Vielleicht ist es hilfreich zu sehen, dass das was heute gelehrt wird nicht immer das Maß der Dinge war, sondern im Laufe der Jahre entstanden und erforscht worden ist. Außerdem ist es wichtig, dass man als Studierender auch lernt Probleme in der Mathematik kritisch zu hinterfragen.

Dies ist leider in vielen fachmathematischen Veranstaltungen nicht möglich. In der Philosophie der Mathematik kann dieses kritische Hinterfragen gefördert werden. Grade als Lehrer wird man in seinem Berufsleben oft vor kritische Fragen von Schülerinnen und Schülern gestellt. Diese kann man nur beantworten, wenn man selbst auch Dinge hinterfragt und versteht warum die Schülerinnen und Schüler an dieser Stelle hinterfragen.

Beide oben genannten Auffassungen haben ihre Berechtigung und sind verständlich. Natürlich muss das Fachwissen in einem Hochschulstudium gelehrt werden, da man nur so eine Idee des Gesamtzusammenhangs bekommen kann. Aber die Einwände der Lehramtstudierenden sind auch berechtigt, wenn vielen der Praxisbezug im Studium fehlt und sie sich nicht gut genug auf ihr Berufsziel vorbereitet fühlen.

Eine endgültige Lösung wurde auch im Laufe der Jahre noch nicht gefunden, wenn man bedenkt, dass das Zitat von Paul du Bois-Reymond aus dem 19. Jahrhundert stammt und die Problematik heute immer noch aktuell ist.

Julia Strauchen