

# 5. Rheinisch-Westfälisches Seminar zur Geschichte und Philosophie der Mathematik

Universität Siegen, Departement Mathematik - 8. Februar 2013

Emmy-Noether-Campus, Walter-Flex-Str. 3, Raum D-201

## - Programm -

ab 9:45 Begrüßungskaffee

10:15 Carl Friedrich Gethmann (Universität Siegen):

*"Wahrheit und Beweisbarkeit. Heytings formale Regeln der intuitionistischen Logik und Mathematik und ihre philosophische Bedeutung."*

11:30 Diskussion zu Perspektiven des RheWeSe

12:00 Mittagessen in der Mensa des ENC

13:15 Ingo Witzke (Universität Köln):

*"Die Regel von l'Hospital, ein Fallbeispiel zur Untersuchung unterschiedlicher Auffassungen von Mathematik."*

14:15 Francesca Biagioli (Universität Paderborn):

*"Projektive Maßbestimmung und Raumbegriff in Felix Kleins Forschungsprogramm."*

15:15 Kaffeepause

15:45 Martin Rathgeb (Universität Siegen):

*"George Spencer-Browns Sonderweg zu Booleschen Algebren."*

16:45 Matthias Wille (Universität Duisburg-Essen):

*"Von Kiel nach Palästina: Dokumente aus dem Nachlass von Abraham Adolf Fraenkel."*

18:30 Nachsitzung im "Star River" (Koblenzer Str. 18)

## - Zusammenfassungen -

Francesca Biagioli (Universität Paderborn): "Projektive Maßbestimmung und Raumbegriff in Felix Kleins Forschungsprogramm"

Felix Klein hat bekanntlich 1871 Arthur Cayleys projektive Maßbestimmung (1859) benutzt, um ein projektives Modell der Nicht-Euklidischen Geometrie zu entwickeln, und so die Geometrien in hyperbolische, elliptische und parabolische zu klassifizieren. Solcher Klassifizierung nach kann der Raum zuerst als eine allgemeine Form betrachtet werden, deren spezifische axiomatische Struktur dann noch in unterschiedlichen Weisen bestimmt werden kann. Es wurde von Philosophen wie Bertrand Russell und Paul Natorp gegen eine solche Interpretation eingewendet, dass die projektive Maßbestimmung keiner Klassifizierung von Hypothesen, den Raum betreffend, fähig sei, weil sie auf eine künstlich, nur im Hinblick auf technisch-mathematische Ergebnisse formulierte Definition von „Abstand“ gegründet ist. Dagegen werde ich behaupten, dass Kleins betreffende mathematische Leistungen in Verbindung mit seinen methodologischen und epistemologischen Einsichten zu sehen wären, zunächst deswegen, weil Klein sich nicht nur nach Cayleys analytischem Verfahren richtet, sondern auch nach der deskriptiven Betrachtung der projektiven Geometrie, die von Christian von Staudt 1847 und 1856-60 entwickelt wurde: Kleins Verbindung von analytischen und synthetischen Methoden hat dazu beigetragen, dass geometrische Objekte hinsichtlich ihrer relationalen und strukturellen Eigenschaften, abgesehen aber von ihrer spezifischen Natur, betrachtet werden konnten. Ferner liegt der epistemologische Aspekt von Kleins Forschungsprogramm darin, dass die Untersuchung von abstrakten Strukturen als notwendige Voraussetzung der Entwicklung sowohl der reinen als auch der angewandten Mathematik dient, denn durch sie ist man im Stande, allgemeine Annahmen bezogen auf die eine Seite von möglicherweise veränderlichen Bestimmungen auf der anderen zu unterscheiden.

Carl Friedrich Gethmann (Universität Siegen): "Wahrheit und Beweisbarkeit. Heytings formale Regeln der intuitionistischen Logik und Mathematik und ihre philosophische Bedeutung."

Nach wissenschaftshistorischen Vorbemerkungen wird in drei Schritten die im Titel genannte philosophische Bedeutung erörtert. Im ersten Schritt wird der Begriff der Wahrheit untersucht unter den Aspekten Beweisbarkeit, Bivalenz und Bedeutung. Im zweiten Schritt geht es um den Begriff der Realität unter den Aspekten Anti-Realismus, Relativität und Invarianz sowie Relativer Apriorismus. Schließlich behandeln wir den Begriff der Subjektivität unter den Aspekten Anti-Mentalismus, Schema und Regel sowie Endlichkeit.

## Martin Rathgeb (Universität Siegen): "George Spencer-Browns Sonderweg zu Booleschen Algebren."

„[Boole] war ein schlechter Mathematiker und gab die Regeln seiner Algebra falsch an. Sie wurden zwanzig Jahre später von Jevons korrigiert. Die von mir aufgestellte Algebra und ihre Arithmetik ist streng brownianisch, da sie von Booles unnötigen Zwängen binärer Operatoren und der Relevanz der Variablenreihenfolge bei diesen befreit worden ist. Die gesamte Boole'sche Algebra ist aus der Brown'schen Algebra oder der Brown'schen Arithmetik ableitbar; jedoch sind die Brown'schen Formen wesentlich nützlicher.“ (GS-B, 9. März 1994)

In seinem mathematischen Essay „Laws of Form“ (1969), auf den sich obiges Zitat bezieht, stellt George Spencer-Brown einen 'Indikationenkalkül' dar, der in einem seiner Teile eine Axiomatisierung und Kalkülisierung Boolescher Algebren ist und insgesamt einen erhellenden Blick auf die Grundlagen der Logik erlaubt. Spencer-Browns Sonderweg zu Booleschen Algebren zeigt sich *in toto*, insofern die Darstellung der Genese die Architektur des Textes bestimmt, und *in pars*, im Formalen, das ist die unkonventionelle Notation zzgl. Beweissystem.

In meinem Vortrag möchte ich den *genetischen Aspekt* verdeutlichen, das heißt zeigen, inwiefern „Laws of Form“ als 'math in a nutshell' mit Fokus auf 'Mathematik als Prozess' gelesen werden kann. Diese Gesamtperspektive konstruiere ich in Anlehnung an R. Carnap und L. Kvasz. Ich möchte insbesondere die *formalen Aspekte* zeigen, welche diese Neubegründung Boolescher Algebren als Brownsche Algebren via Brownscher Arithmetik überhaupt erst liefern sollen. Diese Detailstudie der Konzeption Spencer-Browns konstruiere mit Bezug auf P. Schreiber, S.N. Burris, L.H. Kauffman und D.M. Solzman. – Beide Inblicknahmen, die totale wie die partielle, gewinne ich vor dem Hintergrund der Zeichenphilosophie J. Simons.

Ob Spencer-Browns unkonventionelle Formalisierung die Neubegründung tatsächlich liefern kann, ob sein Sonderweg also kein Irrweg ist, darüber hoffe ich durch meinen Vortrag eine kritische Diskussion zu ermöglichen.

## Matthias Wille (Universität Duisburg-Essen): "Von Kiel nach Palästina: Dokumente aus dem Nachlass von Abraham Adolf Fraenkel"

Abraham Adolf Fraenkel zählt fraglos zu den bedeutsamen mathematischen Grundlagenforschern in den ersten Jahrzehnten des 20. Jahrhunderts, der nicht nur als exzellenter Mengentheoretiker, sondern auch als umsichtiger Mathematikphilosoph Großes geleistet hat. Bedingt durch seine Flucht aus Deutschland während der NS-Zeit und dem damit einhergehenden Verlust persönlicher Dokumente sowie die Zerstörung diverser Landes- und Staatsarchive während des Zweiten Weltkrieges erweist es sich als keine einfache Aufgabe, sein wissenschaftsbiographisches Wirken jenseits der publizierten Texte zu erhellen. Im Vortrag wird jedoch genau dies vollzogen, denn neben

der aufgefundenen Personalakte (aus Kieler Zeiten) erlauben diverse Schriftstücke aus seinem Nachlass (von seinem Sohn Benjamin Seev Fraenkel zur Verfügung gestellt) eingehendere Einblicke in seine persönlichen Kontakte zu Thoralf Skolem, John von Neumann und anderen.

## Ingo Witzke (Universität Köln): "Die Regel von l'Hospital, ein Fallbeispiel zur Untersuchung unterschiedlicher Auffassungen von Mathematik"

Die sogenannte „Regel von l'Hospital“ beschreibt eine bekannte Methode der Differentialrechnung, die es unter bestimmten Bedingungen erlaubt, Grenzwerte von Quotientenfunktionen zu ermitteln deren Nenner- und Zählerfunktion gleichzeitig gegen null konvergieren oder beide bestimmt divergieren. Im Vortrag ist am Beispiel des Typs

„  $\frac{0}{0}$  “ dieser Regel ein historischer Streifzug angelegt der zeigen kann, dass sich im

Laufe der Zeit die Auffassung von Mathematik wesentlich geändert hat. Während der Marquis de l'Hospital (bzw. Johann Bernoulli) im ausgehenden 17. Jahrhundert die Regel an auf dem Zeichenblatt gegebenen Kurven entwickelte und mit heuristischen Plausibilitätsargumenten begründete oder Joseph-Louis Lagrange Ende des 18. Jahrhunderts mit „gutartigen“ algebraischen Ausdrücken arbeitete, finden wir erst bei Augustin L. Cauchy Ende des 19. Jahrhunderts (in wesentlichen Zügen) den heute gültigen Standardbeweis mit Hilfe des verallgemeinerten Mittelwertsatzes der Differentialrechnung. Die Art der betrachteten Gegenstände, die Bedeutung der Begriffe oder das Beweisverständnis – um nur einige Aspekte zu nennen – veränderten sich dabei grundlegend. Eine dazu angelegte Betrachtung aktueller Schulbücher lässt vermuten, dass die im Mathematikunterricht vermittelte Auffassung von Mathematik im Kontext der Differentialrechnung gewisse Parallelen zu historischen Auffassungen aufweist, die eine weiterführende vergleichende Untersuchung lohnenswert erscheinen lassen.