Manfred J. Holler
Gerhard Illing

Einführung in die Spieltheorie

Sechste, überarbeitete Auflage
mit 93 Abbildungen

Springer

Vorwort zur ersten Auflage

Spieltheoretische Methoden werden heute in allen Bereichen der Wirtschafts- und Sozialwissenschaften intensiv verwendet. Die Spieltheorie stellt das formale Instrumentarium zur Analyse von Konflikten und Kooperation bereit. Viele neu entwickelte spieltheoretische Konzepte sind bisher jedoch nur in Darstellungen zugänglich (häufig nur anhand der Originalaufsätze), die die Kenntnis fortgeschrittener mathematischer Methoden voraussetzen und damit für Studenten schwer verständlich sind. Die vorliegende Einführung setzt nur solche mathematische Grundkenntnisse voraus, wie sie von Studenten im Hauptstudium mit wirtschaftswissenschaftlicher Ausbildung erwartet werden. Das Buch gibt einen umfassenden Überblick über den neuesten Stand der Spieltheorie. Die Darstellung legt den Schwerpunkt auf die Vermittlung der grundlegenden Ideen und der intuitiven Konzepte; auf eine Ableitung von Beweisen wird weitgehend verzichtet. Anhand von zahlreichen Beispielen wird illustriert, wie sich spieltheoretische Konzepte auf ökonomische Fragestellungen anwenden lassen.

Das erste Kapitel gibt einen informellen Überblick über die in diesem Buch behandelten Fragestellungen. Die formalen Grundlagen, die zum Verständnis spieltheoretischer Modelle notwendig sind, werden in Kapitel 2 behandelt. Kapitel 3 und 4 analysieren nicht-kooperative Spiele. Kapitel 3 führt in verschiedene Gleichgewichtskonzepte ein. Dynamische Spiele werden in Kapitel 4 behandelt. An die Darstellung von Verfeinerungen des Nash-Gleichgewichts für Spiele in extensiver Form schließt sich die Analyse wiederholter Spiele an mit einer Diskussion der Folk-Theoreme sowie endlich wiederholter Spiele. Kapitel 5 und 6 behandeln kooperative Spiele. Kapitel 5 führt in die axiomatische Theorie der Verhandlungsspiele ein. Eine Darstellung des Zeuthen-Harsanyi-Verhandlungsspiels sowie strategischer Verhandlungsmodelle schließt sich an. Kapitel 6 untersucht Konzepte zur Analyse von Spielen mit Koalitionsbildung. Kapitel 7 gibt eine Einführung in die Theorie des Mechanismus-Designs und der Implementierung. Es wird gezeigt, wie spieltheoretische Konzepte neue Einsichten für das Verständnis der Grundlagen ökonomischer Theorie liefern können.

Das Buch entstand aus Skripten zu Vorlesungen über Spieltheorie, die an den Universitäten Århus, München und Bamberg gehalten wurden. Wir danken allen Kollegen und Studenten, die Anregungen für das Buch gegeben haben. Toni Bauer, Friedel Bolle, Thomas Hueck, Hartmut Kliemt sowie Kai Vahrenkamp haben wertvolle Kommentare bei der Durchsicht von Teilen des Manuskripts gegeben. Für die Mithilfe bei der Erstellung des Satzes danken wir Martin Bauer und Marcus Mirbach. Die Abbildungen wurden von Jesper Lindholt erstellt.

Dezember 1990

Manfred J. Holler, Århus
Gerhard Illing, München

1. Einführung

1.1 Spieltheorie und Ökonomie

Gegenstand der Spieltheorie ist die Analyse von **strategischen Entscheidungssituationen,** d.h. von Situationen, in denen
(a) das Ergebnis von den Entscheidungen mehrerer Entscheidungsträger abhängt, so daß ein einzelner das Ergebnis nicht unabhängig von der Wahl der anderen bestimmen kann;
(b) jeder Entscheidungsträger sich dieser Interdependenz bewußt ist;
(c) jeder Entscheidungsträger davon ausgeht, daß alle anderen sich ebenfalls der Interdependenz bewußt sind;
(d) jeder bei seinen Entscheidungen (a), (b) und (c) berücksichtigt.

Aufgrund der Eigenschaften (a) bis (d) sind **Interessenskonflikte** und/oder **Koordinationsprobleme** charakteristische Eigenschaften von strategischen Entscheidungssituationen. Die Spieltheorie liefert eine Sprache, mit deren Hilfe sich solche Situationen analysieren lassen. Man kann sie nämlich als Spielsituationen beschreiben, bei denen jeder Spieler nach gewissen Regeln strategische Entscheidungen trifft. Viele ökonomische Fragestellungen weisen die oben erwähnten Eigenschaften auf.

Die Spieltheorie bietet ein abstraktes, formales Instrumentarium, das bei der Analyse dieser Fragen verwendet werden kann. Umgekehrt hat gerade in den letzten Jahren die Formulierung ökonomischer Probleme zur Fortentwicklung und Verfeinerung spieltheoretischer Konzepte wesentlich beigetragen. Von vielen Ökonomen wird die Spieltheorie heute als die **formale Sprache der ökonomischen Theorie** betrachtet.

Ziel dieses Lehrbuches ist es, eine Einführung in die formalen Konzepte zu geben und sie an Hand von Beispielen aus der ökonomischen Theorie zu motivieren. Damit ist bereits die Methode charakterisiert, die wir in dem Buch verwenden: Wir stellen formale Konzepte der Spieltheorie dar und zeigen an Beispielen, wie sie auf ökonomische Fragestellungen angewendet werden können. Dabei werden wir die Beziehungen zwischen der Formulierung **ökonomischer Probleme** und der Formulierung **spieltheoretischer Konzepte** herausarbeiten.

1.2 Gefangenendilemma

Die wesentlichen Merkmale einer Spielsituation lassen sich mit Hilfe des wohl bekanntesten Spiels, dem **Gefangenendilemma** bzw. **Prisoner's Dilemma**, charakterisieren. LUCE UND RAIFFA (1957, S.95) haben die Entscheidungssituation dieses Spiels so beschrieben:

„Zwei Verdächtige werden in Einzelhaft genommen. Der Staatsanwalt ist sich sicher, daß sie beide eines schweren Verbrechens schuldig sind, doch verfügt er über keine ausreichenden Beweise, um sie vor Gericht zu überführen. Er weist jeden Verdächtigen darauf hin, daß er zwei Möglichkeiten hat: das Verbrechen zu gestehen oder aber nicht zu gestehen. Wenn beide nicht gestehen, dann, so erklärt der Staatsanwalt, wird er sie wegen ein paar minderer Delikte wie illegalem Waffenbesitz anklagen, und sie werden eine geringe Strafe bekommen. Wenn beide gestehen, werden sie zusammen angeklagt, aber er wird nicht die Höchststrafe beantragen. Macht einer ein Geständnis, der andere jedoch nicht, so wird der Geständige nach kurzer Zeit freigelassen, während der andere die Höchststrafe erhält.“

Die beiden Gefangenen werden vom Staatsanwalt vor ein strategisches Entscheidungsproblem gestellt. Ihre Lage läßt sich formal als Spielsituation auffassen. Eine spieltheoretische Analyse muß sich dabei mit zwei Fragen auseinandersetzen:

(1) Was ist die geeignete formale Darstellung der Spielsituation? Dabei geht es darum, die wesentlichen Aspekte der Spielsituation in einem geeigneten Modell zu erfassen.

(2) Wie lautet die Lösung des Spiels? Aufbauend auf der Beschreibung der jeweiligen Spielsituation, besteht die eigentliche Funktion der Spieltheorie darin, ein geeignetes **Lösungskonzept** zu entwickeln, das von allen möglichen Ergebnissen (Spielverläufen) diejenigen auswählt, die bei rationalem Verhalten der Spieler als Lösung zu erwarten sind. Freilich ist dabei keineswegs sicher, daß die Theorie ein eindeutiges Ergebnis als Lösung angeben kann.

Versuchen wir nun, beide Fragen für das Gefangenendilemma zu beantworten. Das **Lösungsproblem** besteht hier darin, für jeden Spieler eine **individuell rationale Strategie** zu definieren.

1.2.1 Spielform

Die Spielsituation der zwei Gefangenen können wir formal so beschreiben: Beide haben als Spieler $i = 1$ oder $i = 2$ (also $i = 1,2$) jeweils zwei **reine Strategien** s_i zur Auswahl: *"Nicht gestehen"* (s_{i1}) oder *"Gestehen"* (s_{i2}). Je nachdem, welche Strategien die beiden wählen, ergibt sich eine bestimmte Strategiekombination s als ein Paar (s_1, s_2). Insgesamt sind vier (2x2) Kombinationen von reinen Strategien möglich. Durch eine Kombination s wird ein **Ereignis** e(s) bzw. die Anzahl von Jahren bestimmt, die jeder im Gefängnis verbringen muß. Wir können das Spiel mit den vier möglichen Ereignissen in der Matrix 1.1 zusammenfassen.

Matrix 1.1: Ereignismatrix des Gefangenendilemmas *(Prisoner's Dilemma)*

	Spieler 2	
Spieler 1	Nicht Gestehen s_{21}	Gestehen s_{22}
Nicht Gestehen s_{11}	1 Jahr für 1 / 1 Jahr für 2	10 Jahre für 1 / 3 Monate für 2
Gestehen s_{12}	3 Monate für 1 / 10 Jahre für 2	8 Jahre für 1 / 8 Jahre für 2

Für eine vollständige formale Darstellung eines Spiels sind Angaben über die Menge der Spieler $N = \{1,...,n\}$, wobei n die Anzahl der Spieler ist, über die Menge S der **Strategiekombinationen** $s = (s_1,\ldots,s_i,\ldots,s_n)$ und über die **Menge der Ereignisse** E notwendig.

Der **Strategieraum** S ist die Menge aller möglichen Kombinationen aus den Strategien $s_i \in S_i$, welche die verschiedenen Spieler i (i = 1,...,n) wählen können, wobei S_i die Menge aller Strategien (d.h. **Strategienmenge)** bezeichnet, über die Spieler i verfügt. Ferner ist die Beschreibung der Spielregeln erforderlich. Sie legen fest, in welcher Reihenfolge die Spieler zum Zuge kommen und welches Ereignis $e(s) \in E$ durch die Strategiekombination s bestimmt ist.

In der Schilderung von LUCE UND RAIFFA und in der Matrix 1.1 sind die Regeln implizit definiert. Sie lauten: Beide Gefangenen wählen ihre Strategien gleichzeitig, ohne die Wahl des Mitspielers zu kennen. Eine Kommunikation zwischen beiden, die eine Koordinierung der Strategien ermöglichen könnte, oder gar der Abschluß von bindenden Vereinbarungen (die Möglichkeit einer Kooperation) sind nicht zugelassen. Die Spielsituation ist selbst **nicht-kooperativ**.

Bei manchen Fragestellungen, z.B. beim Vergleich alternativer institutioneller Regelungen (etwa von Verfassungen, Wahlsystemen, Abstimmungsregeln etc.), geht es allein darum, *allgemeine Eigenschaften verschiedener Spielsituationen* miteinander zu *vergleichen* und zu *beurteilen* - unabhängig davon, wie die einzelnen Ereignisse jeweils von den Spielern bewertet werden. Dann genügt es, Spielsituationen in der Form $\Gamma' = (N,S,E)$ (wie etwa in Matrix 1.1) zu analysieren. Eine solche Darstellung bezeichnet man als **Spielform**.

Ein konkretes Spiel dagegen liegt erst dann vor, wenn wir auch die *Bewertung* der Ereignisse durch die Spieler (bzw. ihre Präferenzen) spezifizieren.

1.2.2 Das Spiel

Ein **Lösungskonzept** sollte jedem Mitspieler Anweisungen geben, welche Strategie er wählen sollte. Dies ist nur dann möglich, wenn die Spieler die verschiedenen Ereignisse entsprechend ihren Präferenzen ordnen können. Im konkreten Beispiel liegt es nahe, anzunehmen, jeder Spieler ziehe eine kürzere Zeit im Gefängnis einer längeren vor. Das ermöglicht es uns, dem Spieler i für jedes Ereignis $e \in E$ einen **Nutzenindex** $u_i(e)$ zuzuordnen. Die Wahl der Nutzenindexzahl ist dabei willkürlich, solange die Ordnung erhalten bleibt, d.h. solange man einer kürzeren Gefängniszeit jeweils einen höheren Index zuweist, denn die Nutzenfunktion ist ordinal.[1] Weil eine Strategiekombination $s \in S$ eindeutig ein Ereignis $e \in E$ entsprechend der Ereignisfunktion e(s) bestimmt, kann für jedes s den Spielern i entsprechend der Nutzen- oder Auszahlungsfunktion $u_i(s)$ eindeutig ein bestimmter **Nutzenindex** zugeordnet werden.

Ein **Spiel** $\Gamma = (N, S, u)$ ist also vollständig beschrieben durch:
1. die **Menge der Spieler** $N = \{1,...,n\}$,
2. den **Strategieraum** S, der die Menge aller möglichen Strategiekombinationen $s = (s_1,\ldots,s_i,\ldots,s_n)$ aus den Strategien der einzelnen Spieler angibt, d.h. $s \in S$;
3. die **Nutzenfunktionen** $u = (u_1,\ldots,u_n)$. Hierbei gibt $u_i(s)$ den Nutzen für Spieler i wieder, wenn die Strategiekombination s gespielt wird. Die Funktion $u_i(\cdot)$ wird auch **Auszahlungsfunktionen** genannt.
4. die **Spielregeln** (soweit sie durch die **Strategienmengen** S_i festgelegt sind).

Wird in einem Spiel $\Gamma = (N, S, u)$ eine bestimmte Strategiekombination s gespielt, ergibt sich daraus die *Nutzenkombination u(s)*. Die Menge aller zulässigen (möglichen) Nutzenkombinationen, den **Auszahlungsraum**, bezeichnen wir mit:

$$P = \left\{u(s) \middle| s \in S\right\} = \left\{(u_1(s),\ldots,u_n(s)) \quad \text{für alle } s \in S\right\}.$$

Ein Spiel, das ein **Gefangenendilemma** darstellt, läßt sich z.B. durch die nachfolgende Auszahlungsmatrix abbilden.

Matrix 1.2: Auszahlungsmatrix für das Gefangenendilemma

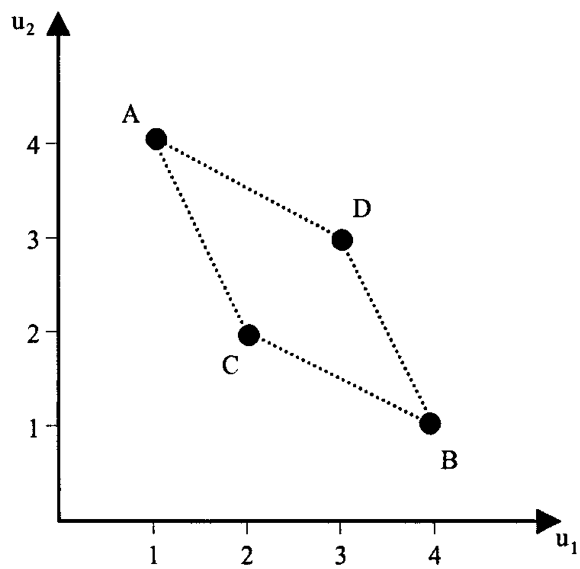
	Spieler 2	
Spieler 1	s_{21}	s_{22}
s_{11}	(3,3)	(1,4)

[1] Wir werden im folgenden i.d.R. die Nutzenfunktion nach VON NEUMANN UND MORGENSTERN (1947[1944]) verwenden, mit deren Hilfe Entscheidungen unter Unsicherheit analysiert werden können (vgl. Abschnitt 2.3).

s_{12}	(4,1)	(2,2)

Betrachten wir als Beispiel die **strategische Entscheidungssituation** des Gefangenendilemmas. Sie läßt sich bei der Wahl eines entsprechenden **Nutzenindex** für jeden Spieler durch Matrix 1.2 beschreiben. Die Menge der zulässigen Kombinationen P = {(1,4);(4,1);(2,2);(3,3)} ist durch die Punkte A, B, C und D charakterisiert (Abbildung 1.1).

Abbildung 1.1: Auszahlungsraum des Gefangenendilemmas



Man bezeichnet die Darstellungsform eines Spieles in einer Matrix als **strategische Form** (oder auch als **Normal-** oder **Matrixform)** eines Spiels. Als andere Darstellungsformen werden wir später die **extensive** bzw. **sequentielle Form** sowie die **Koalitionsform** kennenlernen.

1.2.3 Lösungskonzept

Welche Strategie sollte ein Spieler in diesem Spiel wählen? Dem Leser wird es nicht schwer fallen, für das Gefangenendilemma eine Lösung anzugeben. Sie besteht darin, beiden Gefangenen ein Geständnis zu empfehlen. In der beschriebenen Situation ist dies für jeden Spieler die einzig individuell rationale Strategie.

Diese Lösung hat freilich, zumindest auf den ersten Blick, recht überraschende Eigenschaften: Offensichtlich ist die Strategiekombination (s_{11},s_{21}) (*"Nicht gestehen"*) für beide Gefangene besser als die Kombination (s_{12},s_{22}) (*"Gestehen"*). Doch unter den beschriebenen Bedingungen wäre "Nicht Gestehen" kein individuell rationales Verhalten, weil die beiden keinen *bindenden Vertrag* abschließen können. Folglich muß die Lösung - wie bei allen nicht-kooperativen Spielen - so gestaltet sein, daß keiner der Spieler ein Eigeninteresse daran hat, von ihr abzuweichen: Sie muß aus sich selbst heraus durchsetzbar **(self-enforcing)** sein.

Die Kombination (s_{11}, s_{21}) erfüllt diese Eigenschaft nicht: Angenommen, Spieler 2 verfolgt die Strategie s_{21}, dann stellt sich Spieler 1 besser, wenn er ein Geständnis macht (s_{12} wählt). Aber auch falls 2 gesteht, ist für 1 wiederum ein Geständnis (s_{12}) die beste Strategie. Offensichtlich ist es - unabhängig davon, was 2 tut - individuell rational zu gestehen. Das gleiche gilt entsprechend für den zweiten Spieler. Gestehen ist also für beide Spieler eine **strikt dominante Strategie**, denn für jeden Spieler i gilt $u_i(s_{i2}, s_{ik}) > u_i(s_{i1}, s_{ik})$ - *unabhängig davon, welche Strategie k der Spieler j wählt.*

Es ist somit einfach, ein **Lösungskonzept** für das Gefangenendilemma zu entwickeln: es besteht darin, jedem Spieler die Wahl seiner **strikt dominanten Strategie** zu empfehlen. Die Kombination (s_{12}, s_{22}) ergibt als Lösung ein **Gleichgewicht in dominanten Strategien**. Das Strategiepaar (s_{12}, s_{22}) ist ein Gleichgewicht, weil keiner der beiden Spieler, gegeben die Strategie des anderen, einen Anreiz hat, eine andere Strategie zu wählen.

Man sieht auch, daß sich die gleiche Lösung ergeben würde, falls die Gefangenen die Möglichkeit hätten, vor ihrer Entscheidung in Kontakt zu treten und Absprachen zu treffen. Angenommen, sie vereinbaren, nicht zu gestehen. Da es keinen Mechanismus gibt, der bindend vorschreibt, sich an die Vereinbarungen zu halten, würde jeder der beiden einen Anreiz haben, von der Vereinbarung abzuweichen. Die kooperative Strategie ist nicht aus sich selbst heraus durchsetzbar; wie gezeigt, ist ja "Gestehen" eine dominante Strategie. Daran wird deutlich, daß die Lösung einer Spielsituation wesentlich davon bestimmt wird, inwieweit einzelne Spieler *Verpflichtungen über zukünftige Handlungen bindend festlegen* können.

Können die Spieler **bindende Abmachungen** treffen, so liegt ein **kooperatives Spiel** bzw. ein **Verhandlungsspiel** (bzw. **bargaining game**) vor. Dies setzt voraus, daß nicht nur *Kommunikation* möglich ist, sondern daß die *Abmachung exogen durchgesetzt* werden kann (etwa durch eine dritte Partei). Fehlt eine solche Möglichkeit, so ist das Spiel nicht-kooperativ.

In **nicht-kooperativen Spielen** muß jede Lösung so gestaltet sein, daß jeder einzelne Spieler ein Eigeninteresse daran hat, nicht davon abzuweichen. Lösungen mit dieser Eigenschaft bezeichnen wir als **Gleichgewicht**. Interessanterweise ist das Gleichgewicht des nicht-kooperativen Spiels **ineffizient** bzw. **nicht pareto-optimal**, soweit es die beteiligten Spieler, und nicht den “Staatsanwalt” betrifft: Individuell rationales, von Eigeninteresse geleitetes Verhalten führt zu einem Ergebnis, das für die Beteiligten insofern nicht optimal ist, als sich beide bei kooperativem Verhalten besser stellen könnten. Wie wir später sehen werden, sind die Lösungen vieler nicht-kooperativer Spiele ineffizient.

Für ein **nicht-kooperativen Spielen** $\Gamma = (N, S, u)$ wählt ein **Lösungskonzept f** aus dem Strategienraum S eine Teilmenge von Strategiekombinationen: $f(\Gamma) \subset S$. wenn die Menge $f(\Gamma)$ stets nur ein Element enthält, dann ist f ein **eindeutiges Lö-**

sungskonzept. Man sagt dann, daß es einen Strategienvektor als Spielergebnis bestimmt.

Für ein **kooperatives Spiel B** wählt ein **Lösungskonzept F** eine Teilmenge von Auszahlungsvektoren aus dem Auszahlungsraum P aus: $F(B) \subset P$. Wenn die Menge F(B) stets nur ein Element enthält, dann ist F ein **eindeutiges Lösungskonzept.** Man sagt dann auch, daß es einen Auszahlungsvektor als Spielergebnis bestimmt.

1.2.4 Anwendungen

Die Eigenschaften des Gefangenendilemmas sind für eine ganze Reihe von ökonomischen Entscheidungssituationen charakteristisch. Die formale Struktur dieses Spiels läßt sich durch geeignete Interpretation von Strategienmenge und Auszahlungsmatrix auf sehr unterschiedliche Fragestellungen übertragen. Verdeutlichen wir uns das kurz an zwei Beispielen: (1) *Kartellabsprachen in einem Dyopol* und (2) *Private Entscheidung über die Bereitstellung öffentlicher Güter.*

1.2.4.1 Kartellabsprachen in einem Dyopol

Zwei Produzenten treffen sich an einem geheimen Ort, um über die Bildung eines Kartells zu beraten. Bisher haben beide - in einem scharfen Konkurrenzkampf - nur einen Gewinn von 10 erzielt. Sie erkennen, daß jeder einen Gewinn in Höhe von 50 erzielen könnte, wenn sie durch eine Kartellabsprache die Produktion stark einschränken könnten. Obwohl das Verhältnis der Konkurrenten von gegenseitigem Mißtrauen geprägt ist, einigen sie sich angesichts der vorliegenden Zahlen rasch auf die Festlegung von Produktionsbeschränkungen.

Von den erfolgreich verlaufenen Geheimberatungen zurückgekehrt, rechnet jeder Produzent im eigenen Büro nochmals nach: Wenn mein Konkurrent sich an die Vereinbarung hält, kann ich meinen Gewinn weiter steigern, indem ich mehr als vereinbart produziere. Mein Gewinn betrüge dann sogar 100, während mein Konkurrent dann gar keinen Gewinn erzielt (G = 0). Andererseits kann ich meinem Konkurrenten nicht trauen: Er wird die Abmachungen bestimmt nicht einhalten, denn auch ihm bietet sich eine größere Gewinnmöglichkeit, wenn er sie nicht erfüllt. Dann aber machte ich selbst keinen Gewinn, wenn ich mich an die Kartellabsprachen hielte.

Matrix 1.3: Kartellabsprachen im Dyopol

	s_{21}	s_{22}
s_{11}	(50,50)	(0,100)
s_{12}	(100,0)	(10,10)

Die Auszahlungsmatrix 1.3 (mit s_{i1} als "Absprache einhalten" und s_{i2} als "Absprache brechen") verdeutlicht, daß hier die typische Situation des Gefangenendilemmas vorliegt.[1] Die Absprache nicht einzuhalten (s_{i2}), ist für jeden Produzenten die **strikt dominante Strategie**. Trotz Kommunikation erfolgt keine Kooperation, weil bindende Vereinbarungen, die etwa vor Gericht einklagbar wären, nicht möglich sind. Oft sind Kartellabsprachen sogar strafbar.

1.2.4.2 Öffentliche Güter

Ein grundlegendes Anwendungsbeispiel des Gefangenendilemmas in der ökonomischen Theorie ist die Bereitstellung von sogenannten öffentlichen Gütern - das sind Güter, die von mehreren Personen gleichzeitig genutzt werden, ohne daß jemand davon ausgeschlossen werden kann. Es gilt das Prinzip der **Nichtrivalität:** Die Nutzung durch Konsument i beeinträchtigt nicht die Nutzung durch den Konsumenten j. Es ist eine wichtige Aussage der ökonomischen Theorie, daß die Bereitstellung öffentlicher Güter durch einen privaten Marktmechanismus nicht **effizient** erfolgt. Weil ein öffentliches Gut auch ohne eigenen Zahlungsbeitrag genutzt werden kann, ist es individuell rational, sich als **Trittbrettfahrer** (bzw. **Free Rider**) zu verhalten. Das individuell rationale Verhalten führt dann dazu, daß öffentliche Güter privat erst gar nicht angeboten werden.

Die formale Struktur dieses ökonomischen Problems ist im Zwei-Personen-Fall identisch mit der des Gefangenendilemmas. Dies sehen wir am deutlichsten, wenn wir als Grenzfall das folgende Beispiel betrachten: Zwei Personen werden gefragt, ob sie der Einrichtung eines öffentlichen Parks zustimmen. Die Errichtung koste 120 DM. Wenn beide der Errichtung zustimmen, trägt jeder die Hälfte der Kosten. Wenn nur einer zustimmt, trägt er die gesamten Kosten. Stimmt keiner zu, wird der Park nicht gebaut. Die Zahlungsbereitschaft betrage für jeden jeweils DM 110. Der Nettonutzen der beiden - die Differenz zwischen Zahlungsbereitschaft und Zahlungsbeitrag - ist in Matrix 1.4 dargestellt:

Matrix 1.4: Free-Rider-Verhalten als Gefangenendilemma

	s_{21}	s_{22}
s_{11}	(50,50)	(-10,110)
s_{12}	(110,-10)	(0,0)

Wie in Matrix 1.2 und 1.3 sind s_{12} und s_{22} , also der Errichtung des Parks *nicht* zuzustimmen, **strikt dominante Strategien**. Als Konsequenz wird der Park nicht errichtet. Dieses Ergebnis ist unvermeidlich, solange für die Spieler keine Möglichkeit besteht, *bindende Verträge* abzuschließen oder sich die Situation nicht wie-

[1] Durch eine entsprechende Transformation der Auszahlungsmatrix läßt sich die Matrix 1.3 in die Matrix 1.2 überführen.

derholt. In einer solchen Situation wären beide besser gestellt, wenn jeder etwa durch eine staatliche Verordnung (oder Besteuerung) verpflichtet würde, die Hälfte der Errichtungskosten zu übernehmen. Es ist zu vermuten, daß beide Spieler sich in bilateralen Verhandlungen auf die kooperative Lösung einigen würden, wenn sie bindende Vereinbarungen schließen könnten. Eine solche Kooperation wird wesentlich schwieriger, wenn die individuelle Zahlungsbereitschaft der einzelnen Spieler nicht bekannt ist. Die Schwierigkeit bei der effizienten Bereitstellung öffentlicher Güter liegt in der fehlenden Information über die wahre Zahlungsbereitschaft der Individuen.

1.3 Überblick

Es erwies sich als einfache Aufgabe, eine geeignete Darstellungsform und ein überzeugendes **Lösungskonzept** für das Gefangenendilemma zu formulieren. Das liegt daran, daß der Staatsanwalt eine Spielsituation mit sehr einfachen Eigenschaften konstruierte. Wir werden nun diskutieren, welche Schwierigkeiten sich bei komplizierteren Spielsituationen ergeben und dabei einen Überblick über die Fragen geben, mit denen wir uns in den folgenden Kapiteln beschäftigen werden.

1.3.1 Nash-Gleichgewicht - Lösungskonzept der strategischen Form

Im Gefangenendilemma verfügt jeder Spieler über eine **strikt dominante Strategie**. Das bedeutet: Ein Spieler kann somit seine optimale Strategie unabhängig davon bestimmen, was sein Mitspieler tut. Die Entscheidung eines Spielers ist unabhängig von seinen Erwartungen über das Verhalten des Mitspielers. Wenn alle strategischen Entscheidungen so einfach zu lösen wären, wäre Spieltheorie nicht nur langweilig, sondern geradezu überflüssig: Das, was strategische Situationen erst interessant und, wie wir sehen werden, so schwierig zu lösen macht, ist die Tatsache, daß das eigene Verhalten wesentlich von den *Erwartungen über das Verhalten der Mitspieler* abhängt, und nicht zuletzt auch von der Einschätzung darüber, welche *Erwartungen diese wiederum über das Verhalten aller Mitspieler* bilden. In der Mehrzahl aller Spielsituationen gibt es keine dominanten Strategien - folglich ist das **Lösungskonzept** *"Wahl der dominanten Strategie"* nicht anwendbar.

Ein einfaches Beispiel für ein Spiel *ohne* dominante Strategien ist Matrix 1.5. Hier hängt die beste Strategie für einen Spieler davon ab, wie sich der Gegenspieler verhält: Würde Spieler 2 die Strategie s_{21} wählen, so wäre s_{11} für Spieler 1 die beste Antwort, bei s_{22} wäre es s_{12} und bei s_{23} schließlich s_{13}. Umgekehrt würde Spieler 2 die Strategie s_{23} vorziehen, wenn Spieler 1 die Strategie s_{11} wählen würde, bei s_{12} würde er mit s_{22} reagieren und auf s_{13} wäre s_{21} die beste Antwort.

Matrix 1.5: Spiel ohne dominante Strategien

	s_{21}	s_{22}	s_{23}
s_{11}	(8,-8)	(1,1)	(-8,8)
s_{12}	(1,1)	(2,2)	(1,1)
s_{13}	(-8,8)	(1,1)	(8,-8)

Für welche Strategien sollten sich die Spieler entscheiden? Ein individuell rationaler Spieler wird, allgemein gesprochen, die Strategie wählen, die seinen erwarteten Nutzen maximiert. *Wenn es keine dominanten Strategien gibt, setzt dies voraus, daß der Spieler sich Erwartungen über die Strategiewahl seiner Mitspieler bildet.* Die Art und Weise, wie diese Erwartungsbildung erfolgt, bestimmt entscheidend das **Lösungskonzept** für das jeweils analysierte Spiel.

In Kapitel 3 werden wir uns ausführlich mit der Frage befassen, wie man geeignete Lösungskonzepte formulieren kann. Es wird sich zeigen, daß bei der Bestimmung von *konsistenten Lösungskonzepten* für **nicht-kooperative Spiele** in strategischer Form dem sogenannten Gleichgewichtskonzept eine fundamentale Bedeutung zukommt. Eine *Strategiekombination* ist dann ein **Nash-Gleichgewicht**, wenn die entsprechende Strategie jedes Spielers seinen erwarteten Nutzen maximiert, *vorausgesetzt, daß alle anderen Spieler ihre entsprechenden Gleichgewichtsstrategien spielen.*

Welche Strategiekombination ist im Beispiel der Matrix 1.5 ein **Nash-Gleichgewicht**? Greifen wir eine beliebige Kombination heraus, z.B. (s_{11}, s_{21}). Die Strategie s_{11} ist zwar die beste Antwort auf Strategie s_{21}. Würde jedoch Spieler 1 die Strategie s_{11} spielen, dann würde Spieler 2 sich durch die Wahl von s_{23} besser stellen: Unter der Voraussetzung, daß s_{11} gespielt wird, wäre s_{21} keine nutzenmaximierende Entscheidung. Die Kombination erfüllt also nicht die Bedingung für ein Nash-Gleichgewicht. Ähnlich kann man bei fast allen anderen Kombinationen argumentieren. Einzig bei der Kombination (s_{12}, s_{22}) besteht für keinen der Spieler ein Grund, von seiner Strategie abzuweichen, vorausgesetzt der andere Spieler hält sich an den Vorschlag: (s_{12}, s_{22}) ist ein Nash-Gleichgewicht. Die betrachteten Strategien stellen **wechselseitig beste Antworten** dar.

Es ist unmittelbar einsichtig, daß ein **Gleichgewicht in dominanten Strategien** immer auch ein **Nash-Gleichgewicht** ist.

Ein Lösungsvorschlag, der mit den Erwartungen aller Spieler in dem Sinne konsistent ist, daß er wechselseitig beste Antworten enthält, muß immer ein Nash-Gleichgewicht sein. Das liegt daran, daß bei jedem anderen Lösungsvorschlag mindestens ein Spieler einen Anreiz hätte, eine andere Strategie als vorgeschlagen zu wählen, wenn er glaubt, daß sich alle anderen an den Vorschlag halten. Folglich würden sich die Erwartungen, die vorgeschlagene Kombination sei Lösung des Spiels, nicht selbst bestätigten.

Das Nash-Gleichgewicht (s_{12}, s_{22}) ist ein plausibler Lösungsvorschlag für das Spiel der Matrix 1.5. Das Lösungskonzept ist freilich weit weniger überzeugend, sobald in einem Spiel *mehrere* Nash-Gleichgewichte existieren. Betrachten wir als Beispiel folgende Geschichte:

„Oskar und Tina treffen sich zufällig im Cafe. Sie unterhalten sich angeregt. Tina erweist sich als begeisterter Fußballfan und möchte am Abend unbedingt zum Pokalspiel ihres Vereins gehen, während Oskar überhaupt nichts mit Fußball im Sinn hat und dies auch zu verstehen gibt. Er ist ein überzeugter Kinogänger und möchte Tina überreden, gemeinsam den neuesten Woody Allen Film anzuschauen, der heute Premiere hat. Sie läßt freilich erkennen, daß sie grundsätzlich nicht gerne ins Kino geht. Mitten im Gespräch bemerkt Oskar plötzlich, daß er vor lauter Begeisterung einen wichtigen Vorstellungstermin fast vergessen hätte. Überstürzt verabschiedet er sich mit einem Kuß und meint noch: "Du bist einfach hinreißend - wir müssen uns heute abend unbedingt sehen." Tina stimmt begeistert zu. Zu spät bemerken beide, daß sie gar keinen Treffpunkt vereinbart und auch nicht ihre Adressen ausgetauscht haben. Wo sollen sie hingehen, um sich wieder zu sehen: Ins Fußballstadion oder ins Kino? Beide wissen, daß Tina lieber ins Stadion geht und Oskar lieber den Film anschaut; wenn sie sich aber verfehlten, dann würde ihnen jede Freude am Kino oder am Pokalspiel vergehen.“

Matrix 1.6: "Kampf der Geschlechter" (Battle of the Sexes)

	s_{21}	s_{22}
s_{11}	(3,1)	(0,0)
s_{12}	(0,0)	(1,3)

Die Entscheidungssituation, in der sich Oskar und Tina befinden, läßt sich durch Matrix 1.6 beschreiben mit Oskar als Spieler 1, Tina als Spieler 2 und s_{i1} *"ins Kino gehen"* und s_{i2} *"ins Stadion gehen"*. Im Fall von Tina und Oskar gibt es mehrere **Nash-Gleichgewichte**: sowohl (s_{11}, s_{21}) als auch (s_{12}, s_{22}) sind **wechselseitig beste Antworten**. Ohne irgendein Vorwissen ist nicht klar, welches der beiden Gleichgewichte realisiert wird, ja es ist fraglich, ob in dieser Situation überhaupt eines dieser Nash-Gleichgewichte realisiert wird.

Man kann sicher davon ausgehen, daß beide Spieler die gleichen Erwartungen bilden, sofern sie gemeinsame Erfahrungen haben: Wenn sie etwa in einer Gesellschaft leben, in der Männer traditionell dominieren, würden beide wohl ins Kino gehen: Dieses Nash-Gleichgewicht ist somit ein **Fokus-Punkt**, auf den sich die Erwartungen aller Spieler konzentrieren. Fehlt dagegen ein solches Vorwissen, würden wir wohl eher vermuten, daß beide, unsicher über das Verhalten des Partners, eine **Zufallsauswahl** bezüglich ihrer (reinen) Strategien träfen, d.h. gemischten Strategien wählten.

Gemischte Strategien sind dadurch charakterisiert, daß durch einen Zufallsmechanismus bestimmt wird, welche Strategie gewählt wird (vgl. Abschnitt 3.3.5). Wenn dagegen, wie etwa bei den Kombinationen (s_{11}, s_{21}) und (s_{12}, s_{22}), die Strategiewahl der Spieler eindeutig determiniert ist, dann sagt man, die Spieler wählen reine Strategien. Wir werden später (in Abschnitt 3.5) sehen, daß im Spiel **"Kampf der Geschlechter"** auch ein **Nash-Gleichgewicht in gemischten Strategien** existiert: Dann kann es sein, daß sich Tina und Oskar zufällig entweder im Kino oder im Stadion treffen, aber mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit werden sie sich auch ganz verfehlen.

Im Spiel, das in Matrix 1.7 abgebildet ist, gibt es wieder zwei Nash-Gleichgewichte in reinen Strategien. Wählt Spieler 2 die Strategie s_{21}, dann ist es für Spieler 1 optimal, s_{11} zu wählen. Wenn 1 die Strategie s_{11} spielt, ist 2 indifferent zwischen s_{21} und s_{22}. Angenommen, er spielt s_{21}, dann würden sich die Erwartungen gegenseitig selbst bestätigen: (s_{11}, s_{21}) ist folglich ein Nash-Gleichgewicht. Wenn 2 dagegen s_{22} wählt, wäre s_{11} nicht mehr die optimale Antwort: 1 würde s_{12} wählen, wenn er mit s_{22} rechnet. s_{12} und s_{22} bestätigen sich dann wieder wechselseitig; die Kombination (s_{12}, s_{22}) ist also ebenfalls ein Nash-Gleichgewicht.

Matrix 1.7: Spiel mit mehreren Nash-Gleichgewichten

	s_{21}	s_{22}
s_{11}	(0,100)	(0,100)
s_{12}	(-10,-10)	(40,40)

In Matrix 1.6 und 1.7 sind (s_{11}, s_{21}) und (s_{12}, s_{22}) Nash-Gleichgewichte. Häufig liefert also das Nash-Gleichgewicht keine eindeutige Lösung. Dies wirft die Frage auf, weshalb und wie die Spieler, unabhängig voneinander, Strategien wählen sollen, die zu genau einem von mehreren möglichen Gleichgewichten führen.

In Kapitel 3 werden wir uns näher mit dem Konzept des **Nash-Gleichgewichts** befassen. Dabei geht es vor allem um folgende Fragen:

(a) Unter welchen Bedingungen *existiert* ein Nash-Gleichgewicht?
(b) Kommen *nur* Nash-Gleichgewichte als Lösungen in Betracht oder gibt es auch andere plausible Lösungskonzepte?
(c) Sind *alle* Nash-Gleichgewichte gleichermaßen plausibel?

Wie der folgende Abschnitt zeigt, können häufig durch die Betrachtung der dynamischen Spielstruktur manche Nash-Gleichgewichte als unplausibel ausgeschlossen werden.

1.3.2 Extensive Form

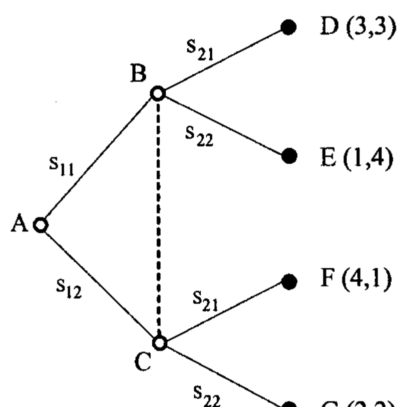
Die Gefangenen müssen ihre Strategien gleichzeitig wählen, ohne die Wahl des anderen zu kennen. In einer solchen Situation ist die **strategische Form** die natürliche Darstellungsform, weil sie Gleichzeitigkeit der Entscheidungen abbildet. In vielen Spielsituationen wie in vielen ökonomischen Entscheidungssituationen machen die Spieler aber im Verlauf eines Spieles mehrere Züge, wobei sie manchmal vorausgegangene Züge ihrer Mitspieler beobachten können, zum Teil aber auch in Unkenntnis bestimmter Züge der Mitspieler handeln müssen. Im letzteren Fall spricht man von Spielen mit **imperfekter Information.**

Viele Spiele haben eine **dynamische** bzw. **sequentielle Struktur**. Eine Strategie besteht dann in der Festlegung einer bestimmten Folge von Spielzügen, wobei einzelne Züge oft in Abhängigkeit von vorausgehenden Aktionen der Mitspieler geplant werden.

Die **sequentielle Struktur** eines Spieles mit detaillierter Beschreibung aller möglichen Spielverläufe - einschließlich der zeitlichen Struktur der einzelnen Züge jedes Mitspielers sowie seines Informationsstandes zu jedem Zeitpunkt - kann man formal durch einen **Spielbaum** erfassen. Jeder Zug eines Spielers wird durch einen Knoten dargestellt, an dem der Spieler zwischen verschiedenen Ästen (seinen Handlungsalternativen) wählen kann. Man bezeichnet diese Darstellungsweise als **sequentielle** oder **extensive Form** des Spiels. Der Spielbaum gibt genau an, wer wann zum Zug kommt und über welche Informationen er dabei jeweils verfügt.

Hat ein Spieler keine Information darüber, welche Spielzüge sein Gegenspieler ausgeführt hat, so kann er nicht unterscheiden, an welchem Knoten im Spielbaum er sich befindet. Diese **imperfekte Information** wird durch eine gestrichelte Linie zwischen den für den Spieler nicht unterscheidbaren Knoten gekennzeichnet.

Abbildung 1.2: Spielbaum bei imperfekter Information



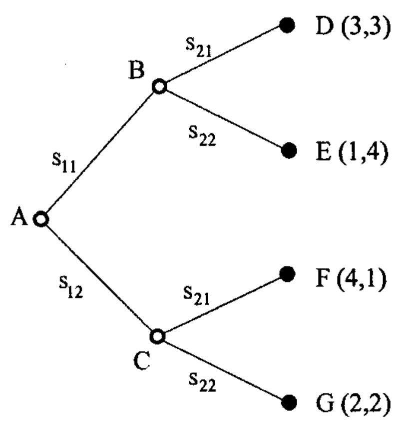
Auch das Gefangenendilemma läßt sich als Spielbaum darstellen. In Abbildung 1.2 kann Spieler 1, beginnend im Ursprung A, zwischen den Ästen s_{11} und s_{12} wählen. Entscheidet er sich für s_{11}, dann wird Knoten B erreicht; im anderen Fall Knoten C. Wenn Spieler 2 seinen Zug wählt, weiß er nicht, welchen Ast 1 gewählt hat - er kann zwischen den Knoten B und C nicht unterscheiden. Es ist ein Spiel mit imperfekter Information. Dies erfassen wir in Abbildung 1.2 durch die gestrichelte Linie: sie zeigt an, daß für Spieler 2 die Knoten B und C nicht unterscheidbar sind. Sie gehören zur gleichen **Informationsmenge**. Er muß zwischen den Ästen s_{21} und s_{22} wählen, ohne zu wissen, ob er sich am Knoten B oder C befindet.

Die Knoten D, E, F und G sind mögliche **Endpunkte** des Spiels. Die Entscheidungen beider Spieler bestimmen, welcher Endpunkt des Spiels erreicht bzw. welches Ergebnis realisiert wird. Damit ist auch die Auszahlung (das Nutzenniveau) jedes Spielers bestimmt.

Man beachte, daß eine äquivalente Beschreibung der Spielsituation vorliegt, wenn man die Zugfolge von 1 und 2 vertauscht (und nun 1 nicht weiß, an welchem Knoten er sich befindet). Schließlich ist Gleichzeitigkeit von Spielzügen gleichbedeutend mit einer Situation, in der die Spieler nicht wissen, welchen Zug der Mitspieler getan hat; die Reihenfolge der Züge ist dann ja irrelevant. Daraus folgt sofort, daß die **extensive Spielform** für die Analyse des Gefangenendilemmas keine neuen Erkenntnisse im Vergleich zur **strategischen Form** bringt. Weil im Gefangenendilemma jede Strategie nur einen Zug enthält, sind Strategien und Spielzüge identisch.

VON NEUMANN und MORGENSTERN (1947 [1944]) haben gezeigt, daß sich jedes dynamische Spiel formal grundsätzlich in eine strategische Form überführen läßt: Jeder intelligente Spieler ist prinzipiell in der Lage, bereits zu Beginn des Spiels eine optimale Strategie zu wählen, die exakt für jeden seiner Züge festlegt, welche Handlungen er - je nach bisherigem Spielverlauf - ergreifen wird. Verdeutlichen wir uns das an einem Beispiel: Ist Spieler 2 die Entscheidung von Spieler 1 bekannt, dann kann er seine eigene Entscheidung davon abhängig machen, was Spieler 1 gewählt hat. Wenn er zum Zug kommt, weiß er bereits, ob er sich im Spielbaum an Knoten B oder C befindet; das Spiel ist somit vollständig durch den Spielbaum in Abbildung 1.3 ohne die gestrichelte Linie beschrieben. Nun liegt ein Spiel **perfekter Information** vor.

Abbildung 1.3: Spielbaum bei perfekter Information



Eine zum Spielbaum 1.3 gleichwertige Darstellung besteht in einer strategischen Form wie in Matrix 1.8, in der für Spieler 2 **kontingente Spielzüge** zugelassen sind, d.h. *(bedingte)* Spielzüge mit unterschiedlichen Handlungen je nach der Wahl des ersten Spielers.

Wenn alle Spieler bereits zu Spielbeginn ihre Strategien für den gesamten Spielverlauf festlegen können, ist die **strategische Form** eine angemessene Beschreibung der Entscheidungssituation. Sie ist quasi eine kondensierte Darstellung (eine **reduzierte Form**) der **dynamischen Struktur** und bietet den Vorteil, daß sich Nash-Gleichgewichte verhältnismäßig einfach, nämlich mit der Methode statischer Optimierung, ermitteln lassen.

Matrix 1.8: Auszahlungsmatrix für das Gefangenendilemma

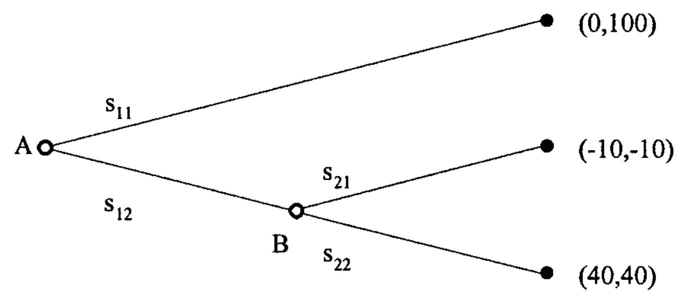
	s_{2A}	s_{2B}	s_{2C}	s_{2D}
	s_{21} / s_{11} s_{21} / s_{12}	s_{21} / s_{11} s_{22} / s_{12}	s_{22} / s_{11} s_{21} / s_{12}	s_{22} / s_{11} s_{22} / s_{12}
s_{11}	(3,3)	(3,3)	(1,4)	(1,4)
s_{12}	(4,1)	(2,2)	(4,1)	(2,2)

Im betrachteten Fall besteht auch bei **perfekter Information** das einzige Nash-Gleichgewicht [mit der Auszahlung (2,2)] darin, daß beide Spieler gestehen. Der sequentielle Spielablauf (die Möglichkeit für Spieler 2, bedingte Handlungen auszuführen) hat im Fall des Gefangenendilemmas keinen Einfluß auf die Lösung. Die Matrixform (und damit die Methode statischer Optimierung) genügt also im betrachteten Fall, um die Lösung zu ermitteln. Oft aber können bei einer reduzierten Form wesentliche Informationen verloren gehen. Vielfach wird die Lösung eines Spiels nämlich stark davon beeinflußt, in welcher zeitlichen Reihenfolge die Entscheidungen (Spielzüge) ablaufen und welche Spielzüge außerhalb des betrachteten Gleichgewichts erwartet werden. Machen wir uns das an einem Beispiel deutlich:

Markteintrittsspiel: Wir betrachten folgendes zweistufige Spiel zwischen einem Monopolisten (Spieler 2) und einem potentiellen Konkurrenten (Spieler 1): Im ersten Spielzug entscheidet Spieler 1, ob er in den Markt eintritt. Falls er nicht eintritt (s_{11}), erzielt er keinen Gewinn, während Spieler 2 den Monopolgewinn $G_M = 100$ erhält. Tritt er dagegen in den Markt ein, dann muß Spieler 2 entscheiden, ob er einen aggressiven Vernichtungskampf führt (s_{21}), bei dem beide Verluste erleiden ($G_v = -10$), oder ob er sich friedlich den Markt mit seinem Konkurrenten teilt (s_{22}). Beide erzielen dann einen Dyopolgewinn $G_D = 40$.

Die **sequentielle** Form des Spiels ist in Abbildung 1.4 dargestellt. Die **strategische Form** dieses Spiels in Matrix 1.9 erhalten wir ähnlich wie bei Matrix 1.8.

Abbildung 1.4: Markteintrittsspiel



Die Strategien s_{2A} und s_{2C} führen zu identischen Auszahlungen; ebenso s_{2B} und s_{2D}. Damit aber kann man das Spiel auf die Wahl von zwei Strategien für Spieler 2 reduzieren; die Spielstruktur läßt sich somit durch die Matrix 1.7 (oben) beschreiben. (Die Darstellung, in der Strategien mit identischer Auszahlung eliminiert werden, bezeichnen wir als **reduzierte Form.**) Betrachten wir also Matrix 1.7. Wenn Spieler 1 nicht eintritt, erhält Spieler 2 den Monopolgewinn - unabhängig davon, was er wählt.

Matrix 1.9: Auszahlungsmatrix für das Markteintrittsspiel

	s_{2A}	s_{2B}	s_{2C}	s_{2D}
	s_{21} / s_{11} s_{21} / s_{12}	s_{21} / s_{11} s_{22} / s_{12}	s_{22} / s_{11} s_{21} / s_{12}	s_{22} / s_{11} s_{22} / s_{12}
s_{11}	(0,100)	(0,100)	(0,100)	(0,100)
s_{12}	(-10,-10)	(40,40)	(-10,-10)	(40,40)

Wie im letzten Abschnitt gezeigt, existieren *zwei* **Nash-Gleichgewichte**, nämlich die Strategienkombinationen (s_{11}, s_{21}) und (s_{12}, s_{22}). Es ist leicht einzusehen, daß (s_{11}, s_{22}), also Markteintritt und Marktteilung, ein Nash-Gleichgewicht darstellt. Aber auch (s_{11}, s_{21}) ist ein Nash-Gleichgewicht: Falls der Monopolist einen Vernichtungskampf führen wird, ist es für einen potentiellen Konkurrenten optimal, *nicht* in den Markt einzutreten. Umgekehrt ist es für den Monopolisten optimal, einen Vernichtungskampf zu planen, wenn der Konkurrent davon abgeschreckt wird, weil der Kampf dann ohnehin nicht durchgeführt werden muß.

Ist das zweite Nash-Gleichgewicht eine plausible Lösung? Spieler 1 nimmt die Strategie des Monopolisten als gegeben an und hält dessen Drohung zu kämpfen für glaubwürdig, obwohl für den Monopolisten, wenn er tatsächlich handeln müßte, kein Anreiz bestünde, seine Drohung wirklich auszuführen: Eine Marktteilung wäre für ihn besser als ein Vernichtungskampf, sobald der Konkurrent in den

Markt eingetreten ist. Die Strategie s_{21} ist eine **leere Drohung**, die, falls sie getestet würde, nicht ausgeführt würde: Sie ist nicht *glaubwürdig*.

Die Analyse der **sequentiellen Struktur** zeigt somit, daß das Nash-Gleichgewicht (s_{11}, s_{21}) *unplausibel* ist. Es unterstellt, der Monopolist könnte sich zu einer Strategie verpflichten, an die er sich aber ex post, käme er wirklich zum Zug, nicht hielte. Das Gleichgewicht (s_{11}, s_{21}) ist *„nicht perfekt"*.

In den letzten Jahren wurden eine ganze Reihe von **Verfeinerungen des Nash-Gleichgewichts** entwickelt, die versuchen, derartige unplausible Gleichgewichte als Lösungen auszuschließen, indem strengere Anforderungen formuliert werden. Eine sinnvolle Forderung besteht darin, ein Gleichgewicht sollte in folgendem Sinn perfekt sein: Eine *Strategiekombination s* ist nur dann ein Gleichgewicht, wenn es für keinen Spieler optimal ist, in irgendeinem **Teilspiel**, das an einem beliebigen Knoten des Spielbaumes beginnt, von seiner Strategie abzuweichen. Gleichgewichte, die diese Forderung erfüllen, bezeichnet man als **teilspielperfekte Gleichgewichte.**

Das Nash-Gleichgewicht (s_{11}, s_{21}) ist nicht **teilspielperfekt,** weil Spieler 2 niemals seinen ursprünglichen Plan (nämlich s_{21} zu spielen) ausführen würde, sobald er an seinem Entscheidungsknoten entsprechend handeln müßte. Dieser Knoten bildet ein Teilspiel des Gesamtspiels. Zwar würde er entlang des ursprünglich betrachteten **Nash-Gleichgewichtspfads** (s_{11}, s_{21}) nie erreicht, aber **Teilspielperfektheit** verlangt optimales Verhalten für alle Teilspiele, also auch solche außerhalb des betrachteten Pfads. Da aber am Knoten B, sobald einmal ein Markteintritt erfolgt ist, die Strategie s_{22} die optimale Antwort darstellt, ist es für Spieler 1 sinnvoll, s_{12} zu wählen. Das einzige teilspielperfekte Gleichgewicht ist (s_{12}, s_{22}).

Verfeinerungen des Nash-Gleichgewichts für dynamische Spiele, wie die Konzepte teilspielperfekter und sequentieller Gleichgewichte, werden wir in Abschnitt 4.1 näher kennenlernen. Auch für Spiele in der Matrixform können Verfeinerungskriterien manche unplausible Gleichgewichte ausschließen. Solche Kriterien werden in Abschnitt 3.7 diskutiert.

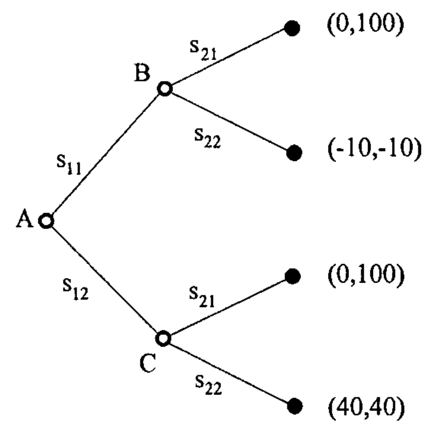
1.3.3 Bindende Vereinbarungen

Der Ablauf eines Spiels wird in entscheidender Weise davon beeinflußt, ob es möglich ist, **bindende Vereinbarungen** einzugehen. Wie das Markteintrittsspiel zeigt, bezieht sich dies nicht nur auf Verträge mit anderen, sondern auch auf **Selbstverpflichtungen**: Könnte der Monopolist sich vor der Entscheidung des Konkurrenten glaubwürdig binden, einen ruinösen Vernichtungskampf zu führen, änderte sich die extensive Spielform entsprechend Abbildung 1.5. Das teilspielperfekte Gleichgewicht besteht nun darin, daß Spieler 2 zuerst s_{21} zieht und dann Spieler 1 darauf mit s_{11} reagiert.

Natürlich hängt es von der betrachteten Situation und von der Fähigkeit der einzelnen Spieler ab, Selbstverpflichtungen einzugehen, welche Reihenfolge der Züge die angemessene Beschreibung liefert. Im Markteintrittsspiel ist Abbildung 1.4

die realistischere Darstellung, weil rein verbale Verpflichtungen, die einen selbst schädigen würden (wie die Drohung, einen ruinösen Preiskampf anzuzetteln, sobald der Konkurrent eintritt), grundsätzlich nicht glaubwürdig sind. Es ist leicht, Handlungen anzukündigen (**cheap talk**), etwas ganz anderes ist es, sie auch auszuführen.

Abbildung 1.5: Markteintrittsspiel bei Bindung des Monopolisten

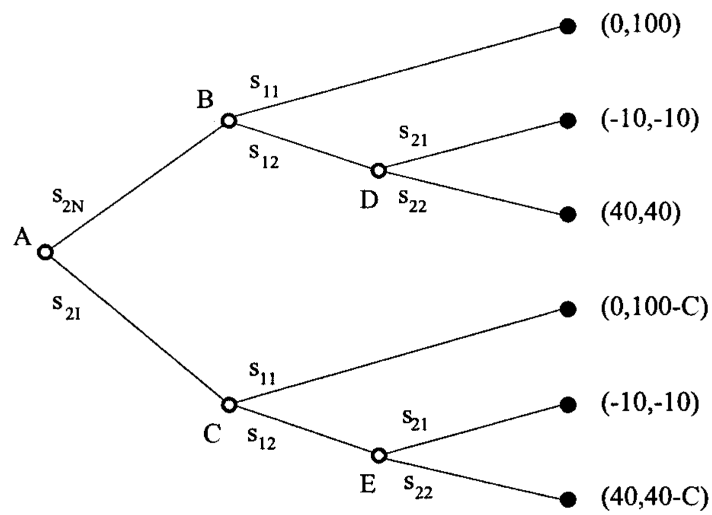


Überlegen wir uns, ob sich der Monopolist durch einen Vertrag folgender Art zum Kampf verpflichten könnte: Er vereinbart mit einem Dritten, *in jedem Fall* zu kämpfen. Sollte er nicht kämpfen, falls jemand in den Markt eintritt, dann zahlt er eine hohe Strafe an den Dritten. Für ihn wäre es sicher vorteilhaft, einen solchen Vertrag abzuschließen, wenn dadurch potentielle Konkurrenten von vornherein abgeschreckt würden, so daß die Strafe nie wirksam würde.

Doch auch ein derartiger Vertrag ist wenig glaubwürdig: Wenn der Konkurrent einmal in den Markt eingetreten ist, hat der Monopolist kein Interesse daran, den Vertrag durchzusetzen. Er wird vielmehr **Neuverhandlungen** anstreben. Da zudem die dritte Partei weiß, daß sie überhaupt nichts bekommen würde, wenn der ursprüngliche Vertrag eingehalten würde, ist sie bei Neuverhandlungen bereit, den Vertrag gegen Zahlung eines noch so geringen Betrags zu zerreißen. Eine solche Verpflichtung ist demnach nicht glaubwürdig, weil sie nicht stabil ist gegenüber Neuverhandlungen.

Mitunter freilich besteht die Möglichkeit, physisch irreversible Verpflichtungen einzugehen. Das ist beispielsweise dann der Fall, wenn im Markteintrittsspiel der Monopolist in **Sunk Costs** bzw. **versunkene Kosten** (d.h. Kosten, die aus einem später nicht liquidierbaren Kapital resultieren) oder Werbeausgaben investieren kann, ehe potentielle Konkurrenten zum Zug kommen. Wenn diese Kosten die Auszahlung im Fall eines Preiskampfs unverändert lassen, ansonsten aber die Auszahlung um den investierten Betrag C verringern, verändert sich die Spielsituation entsprechend Abbildung 1.6: Nun hat, in einem ersten Zug, der Monopolist die Wahl, ob er in **Sunk Costs** investiert (s_{2I}) oder nicht (s_{2N}). Anschließend entscheidet der Konkurrent über den Markteintritt. Schließlich, in einem weiteren Zug, muß der Monopolist entscheiden, ob er einen Preiskampf unternimmt. Falls $100 - C > 40$ und $40 - C < -10$, d.h. also falls $60 > C > 50$, lohnt es sich für den Monopolisten, die Verpflichtung s_{21} einzugehen. Für den Konkurrenten ist es unter diesen Umständen rational, dem Markt fern zu bleiben. Das Gleichgewicht ergibt sich aus den Spielzügen s_{21}, s_{11} und s_{21}, wobei die Züge s_{21} und s_{21} des Monopolisten Teil einer Gesamtstrategie sind.

Abbildung 1.6: Sunk Costs als bindende Verpflichtung



Das Ergebnis des Spiels hängt also stark davon ab, welcher Spieler den ersten Zug macht. Die Beispiele illustrieren, daß sich ein Spieler, der sich bindend dazu verpflichten kann, den ersten Schritt auszuführen, Vorteile sichern kann. Der Spieler, der sich zum ersten Zug verpflichten kann, wird oft als **Stackelberg-Führer** bezeichnet. In bestimmten Situationen ist die Spielfolge in natürlicher Weise eindeutig festgelegt. Der Spieltheoretiker hat dann keine Schwierigkeiten, die adäquate Spielform zu modellieren. Häufig freilich liegt in der Realität keine eindeutige Zugstruktur vor; es ist nicht evident, ob Spieler gleichzeitig handeln bzw. wer zuerst handelt. Für die Spieler besteht dann ein Anreiz, darum zu kämpfen, der erste zu sein.[1] Das bedeutet aber, daß die Zugfolge (d.h. die extensive Form) keineswegs vorgegeben sein muß. Die einfachen Modelle der Spieltheorie zeigen nur die Implikationen verschiedener Zugfolgen. Um das Modell realistischer zu gestalten, müssen komplexere, dynamische Ansätze verwendet werden.

In diesem Abschnitt diskutierten wir, welche Konsequenzen auftreten, wenn für einen Spieler die Möglichkeit besteht, **bindende Selbstverpflichtungen** einzugehen. Ebenso wie die Möglichkeit zur Selbstverpflichtung die Spielform beein-

[1] Es gibt aber auch Situationen, in denen es von Nachteil ist, den ersten Zug zu machen.

flußt, ändert sich aber auch die Spielsituation, wenn die Spieler sich bindend dazu verpflichten können, bestimmte Strategien zu spielen bzw. wenn sie **bindende Verträge** abschließen können - sei es, weil sie von einem Rechtssystem durchsetzbar sind oder weil die Spieler Verträge im Eigeninteresse einhalten, um ihre Reputation aufrechtzuerhalten.

Wie das Beispiel des Gefangenendilemmas zeigt, sind ganz andere Lösungen des Spiels denkbar, wenn es Mechanismen gibt, die die Einhaltung von Verträgen (eine Kooperation) durchsetzen können. In Abschnitt 1.3.5 und in den Kapiteln 5 und 6 werden wir Lösungen für den Fall diskutieren, daß kooperative Mechanismen existieren. Im nächsten Abschnitt aber untersuchen wir zunächst, ob Kooperation auch *ohne* bindende Verträge zustandekommen kann, wenn langfristige Beziehungen bestehen.

1.3.4 Wiederholte Spiele

Der Grund für das Gefangenendilemma liegt nicht in mangelnder Kommunikation, sondern in der fehlenden Möglichkeit, bindende Verträge einzugehen: Selbst wenn die Gefangenen sich gegenseitig verpflichtet hätten, nicht zu gestehen, würden sie sich nicht daran halten. Ebenso besteht für die Dyopolisten kein Anreiz, eine Kartellvereinbarung einzuhalten.

Eine angemessene Formalisierung von Spielsituationen verlangt genaue Angaben nicht nur darüber, welche Form von Kommunikation zwischen Mitspielern möglich ist, sondern insbesondere auch, inwieweit Spieler Verpflichtungen über zukünftige Handlungen bindend festlegen können, so daß deren Einhaltung glaubwürdig ist. Wenn für die Spieler keine Möglichkeit zum Abschluß bindender, einklagbarer Vereinbarungen besteht, muß die Lösung so gestaltet sein, daß es im Eigeninteresse aller Beteiligten liegt, sich daran zu halten. Das ist die Grundforderung an jedes Lösungskonzept für **nicht-kooperative Spiele**.

Antizipieren die Spieler, daß Verträge nicht eingehalten werden, besteht natürlich kein Anlaß, sie abzuschließen. Bei rationalem Verfolgen von Eigeninteressen dürfte somit ein **Kartell** erst gar nicht zustande kommen. Dennoch beobachten wir, daß Kartelle (etwa die OPEC) - zumindest zeitweise - aufrechterhalten bleiben, ohne daß die Verpflichtungen einklagbar wären. Eine Erklärung dafür könnte sein, daß es bei langfristiger Betrachtung durchaus im Eigeninteresse der Beteiligten ist, eingegangene Verpflichtungen einzuhalten: Erstreckt sich ein Spiel über einen längeren Zeitraum, so stehen den *kurzfristigen Vorteilen*, die man erzielen kann, wenn man sich nicht an Verpflichtungen hält, oft *langfristige Einbußen* in zukünftigen Perioden als Konsequenz aus einem solchen Verhalten gegenüber. Dann mag es individuell rational sein, auf die Wahrnehmung kurzfristiger Gewinne im Interesse einer Sicherung langfristiger Vorteile zu verzichten.

Ist das Ergebnis des **Gefangenendilemmas** also nur darauf zurückzuführen, daß die langfristigen Aspekte solcher Beziehungen bei der Modellierung der statischen Spielsituation ausgeklammert wurden? Wir wollen in diesem Abschnitt untersuchen, was sich am Spiel ändert, wenn es sich über einen längeren Zeitraum erstreckt. Solche langfristigen Spielsituationen bezeichnet man als **wiederholte Spiele**; sie setzen sich aus **Stufenspielen** zusammen. Dieser Begriff hat sich eingebürgert, obwohl das langfristige Spiel ja gerade nicht als die Abfolge von Wiederholungen eines kurzfristigen Spieles zu verstehen ist, sondern als eigene Spielsituation mit eventuell ganz anderen Ergebnissen.

Setzt sich etwa das **Dyopolspiel** über mehrere Perioden hin fort, so würde man intuitiv vermuten, daß für die Konkurrenten ein Anreiz zur **Kooperation** besteht und sie auf kurzfristige Gewinne verzichten, wenn die langfristigen Vorteile aus dem Fortbestehen des Kartells überwiegen. Kooperiert ein Spieler nicht, könnte er in der Zukunft durch die Mitspieler bestraft werden. Eine sehr plausible und in Computersimulationen äußerst erfolgreiche Mehrperiodenstrategie ist zum Beispiel die sogenannte **Tit-for-Tat-Strategie** bzw. die Maxime *"Auge um Auge, Zahn um Zahn"* (vgl. AXELROD, 1987). Man spielt zunächst die kooperative Strategie und hält sich an die Kartellvereinbarung; falls jemand abweicht, bestraft man ihn in der nächsten Periode mit nicht-kooperativem Verhalten. Sofern aber der Konkurrent in einer der nachfolgenden Perioden einlenkt und selbst kooperativ spielt, wird ihm in der darauf folgenden Periode vergeben.

Es scheint intuitiv evident, daß sich Konkurrenten in einem Spiel, das sich über mehrere Perioden fortsetzt, zu einem Kartell zusammenschließen werden, um langfristige Vorteile aus einer Kooperation zu sichern, wenn diese die kurzfristigen Vorteile durch Nichtkooperation übersteigen. Überraschenderweise kommt aber eine genauere spieltheoretische Analyse gerade zu dem entgegengesetzten Schluß: selbst bei beliebig langer, endlicher Wiederholung des Kartellspiels werden Konkurrenten eine Kartellvereinbarung von Anfang an niemals einhalten. Das einzige perfekte Gleichgewicht bei gegebener Endperiode T besteht darin, daß alle Spieler ihre nicht-kooperative Strategie verfolgen.

Das Argument, aus dem sich dieses Ergebnis herleitet, ist einfach und illustriert eindrucksvoll, wie **teilspielperfekte Gleichgewichte** vom Endpunkt aus, rückwärts gehend, berechnet werden müssen - entsprechend der **Backward Induction (Rückwärtsinduktion)** bei dynamischer Programmierung: In der Endperiode T werden die Konkurrenten auf keinen Fall kooperieren: sie könnten daraus keinen langfristigen Vorteil mehr ziehen. In der Vorperiode T-1 ist Kooperation nur attraktiv, wenn sie in der nächsten Periode durch Kooperation belohnt würde, während ein Fehlverhalten bestraft würde. Da sich aber in T ohnehin niemand an die Kartellvereinbarungen halten wird und demnach eine Belohnung heutiger Kooperation nicht möglich ist, besteht bereits in T-1 für die Konkurrenten kein Anlaß, die kooperative Strategie zu verfolgen. Diese Argumentationskette läßt sich bis zum Anfangszeitpunkt fortsetzen.

Ähnliche Ergebnisse erhält man, wenn das Markteintrittsspiel endlich oft wiederholt wird: Ein potentieller Konkurrent wird in der letzten Periode auf jeden Fall in den Markt eintreten, weil dann eine Abschreckung in der Zukunft nicht mehr möglich ist. Der Leser kann für sich selbst ableiten, daß aufgrund von **Backward**

Induction bereits in der Anfangsperiode ein Markteintritt nicht verhindert werden kann (vgl. Abschnitt 4.3).

Solche Überlegungen scheinen zu suggerieren, daß die Spieltheorie weder Kooperation aus Eigeninteresse erklären kann, noch begründen kann, wieso Abschreckung von Konkurrenten häufig eine erfolgreiche Strategie zu sein scheint. Doch diese Folgerung ist voreilig. Die angeführte Argumentationsweise ist nicht mehr anwendbar, sobald der Zeithorizont unendlich lange ausgedehnt wird - man spricht dann von einem **Superspiel**. Da es nun keine Endperiode mehr gibt, in der Strafen nicht mehr möglich sind, ändern sich die Ergebnisse dramatisch. Das Einhalten von Vereinbarungen kann für alle Spieler attraktiv sein, etwa indem sie folgende sogenannte **Trigger-Strategie** verabreden: Falls alle Spieler sich in der Vorperiode an die getroffene Abmachung gehalten haben, kooperieren die Spieler auch in der nächsten Periode. Sobald aber einer davon abweicht, werden immer die Gleichgewichtsstrategien des Stufenspiels gespielt. Da eine Abweichung von der Kooperation nun durch zukünftige Einbußen drastisch bestraft wird, besteht für jeden ein Anreiz, sich an die Vereinbarungen zu halten. Die Trigger-Strategien stellen dann (auch) ein Nash-Gleichgewicht dar.

Wie wir in Kapitel 4 sehen werden, existieren bei unendlichem Zeithorizont sogar beliebig viele Gleichgewichte. Wenn abweichendes Verhalten heute in der Zukunft entsprechend hart bestraft wird, kann bei unendlichem Zeithorizont nahezu jedes individuell rationale Ergebnis als (teilspielperfektes) Nash-Gleichgewicht durchgesetzt werden, zumindest dann, wenn die Auszahlungen der zukünftigen Perioden nicht allzu stark diskontiert werden und demnach die angedrohten Strafen auch wirklich greifen. Weil dieses Ergebnis unter Spieltheoretikern bereits seit Ende der 50er Jahre bekannt ist, ohne daß die Urheberschaft geklärt ist, wird es häufig als **Folk-Theorem** bezeichnet. Bei einem unendlichen Zeithorizont bereitet es somit keine Schwierigkeit mehr, Kooperation zu erklären, ganz im Gegenteil: Die Spieltheorie steht dann vor dem Problem, daß nahezu *jedes Ergebnis* als *Gleichgewichtsverhalten* begründbar ist.

Der Zeithorizont ist für die meisten Entscheidungen aber begrenzt. Dennoch beobachten wir dauerhafte Kartellbildung ebenso wie viele andere Formen der Kooperation, obwohl Abweichungen häufig nicht einklagbar sind. Die rigorose Argumentation **teilspielperfekter Gleichgewichte** für begrenzte Spiele scheint demnach mit der Realität kaum vereinbar. In der Spieltheorie wurde deshalb intensiv geprüft, unter welchen Bedingungen sich Kooperation auch *bei endlichem Zeithorizont* als Ergebnis teilspielperfekter Gleichgewichte begründen läßt. Dies wird im Abschnitt 4.2 (Theorie der **wiederholten Spiele**) ausführlich untersucht. Es wird sich zeigen, daß dies z.B. dann der Fall sein kann, wenn in einem Spiel keine vollständige Information über die Auszahlungen des Mitspielers bestehen. Dann nämlich kann durch entsprechendes kooperatives Verhalten *Reputation* aufgebaut werden. Nehmen wir an, die konkreten Auszahlungen eines Spielers i sind dem Spieler j nicht bekannt; mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit bringe Kooperation dem Spieler i immer Vorteile. Allein i selbst weiß, ob dies tatsächlich zutrifft. Doch selbst wenn es nicht wahr ist, macht es für i zumindest für einen gewissen Zeitraum trotzdem Sinn, sich so zu verhalten, als sei Kooperation für ihn immer vorteilhaft. Durch diese Täuschung kann er sich nämlich langfristige Vorteile aus der Kooperation sichern, weil auch sein Mitspieler zumindest für eine gewisse Zeit kooperieren wird.

In dieser Situation profitieren sogar beide Spieler davon, daß die private Information nicht enthüllt wird. Besteht im Dyopolspiel nur eine noch so kleine Wahrscheinlichkeit dafür, daß einer der Spieler immer die **Tit-for-Tat-Strategie** spielt, ist es für alle Spieler rational, in den meisten Perioden zu kooperieren. Erst in den Schlußperioden, wenn der kurzfristige Vorteil bei Abweichen höher ist als der zukünftige Ertrag aus Reputation, wird der wahre Charakter des Spielers enthüllt.

Die Modellierung unvollständiger Information werden wir in Abschnitt 2.5 kennenlernen. Abschnitt 4.3 zeigt den Aufbau von Reputation anhand eines expliziten Beispiels.

1.3.5 Kooperative Spiele

Wenn exogene Mechanismen existieren, die die Einhaltung von Verträgen bindend durchsetzen können, so ändert sich die gesamte Spielsituation. Man spricht dann von **kooperativen Spielen**. Häufig kann etwa die Existenz eines *Rechtssystems* die Einhaltung von Verträgen durchsetzen. Voraussetzung dafür ist, daß die legalen Institutionen Vertragsverletzungen überprüfen können und in der Lage sind, bei Abweichen wirksame Sanktionen zu ergreifen.

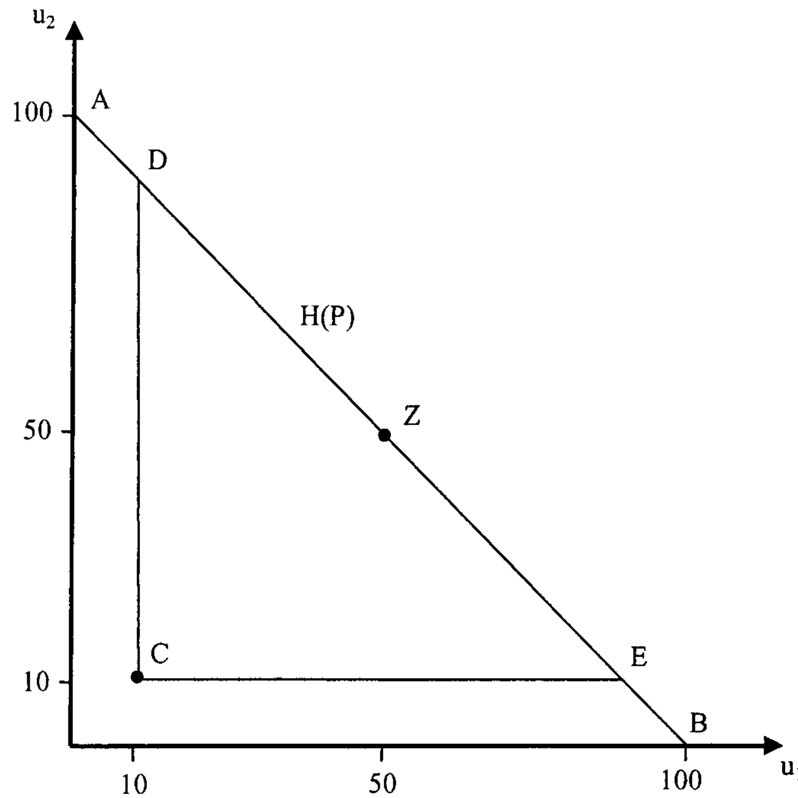
Wären etwa die Gefangenen in der Lage, einen bindenden Vertrag abzuschließen (zum Beispiel indem sie sich bereits vor dem Verbrechen einer Mafiaorganisation anschließen, die Verräter ins Jenseits befördert), dann ist das für **nicht-kooperative Spiele** entwickelte Lösungskonzept nicht mehr sinnvoll. Im Fall der Gefangenen würden sich beide wohl auf die kooperative Strategie *"Nicht gestehen"* einigen. Im allgemeinen aber gibt es keineswegs nur eine einzige denkbare kooperative Lösung, und das Resultat eines (freiwilligen) Verhandlungsprozesses ist in der Regel nicht eindeutig prognostizierbar.

Betrachten wir wieder das **Dyopolspiel** der Matrix 1.3 und gehen nun davon aus, daß Kartellabsprachen gerichtlich einklagbar sind. Bei Kooperation erzielt jedes Unternehmen einen Gewinn von 50 im Vergleich zum Nash-Gleichgewicht, das sich ohne Kooperation einstellen würde (mit der Auszahlung 10 für beide). Insgesamt ergibt sich ein Nettogewinn von 80; im Verhandlungsprozeß soll geklärt werden, wie dieser Nettogewinn aufgeteilt wird. Angenommen, die 80 seien beliebig auf beide Unternehmen aufzuteilen (d.h., ein Unternehmen kann an das andere Seitenzahlungen in Geldeinheiten leisten), so wäre jede Aufteilung paretooptimal, solange nur die Absprache zur Kooperation eingehalten wird.

Die unterschiedlichen Aufteilungen des Nettogewinns durch die Kooperation führen natürlich zu unterschiedlichen Auszahlungen für die beiden Spieler. Diese Auszahlungen bilden die sogenannte **Nutzen-** oder **Pareto-Grenze** H(P), weil sich keiner verbessern kann, ohne den anderen schlechter zu stellen. In Abbildung 1.7

ist die **Nutzengrenze** H(P) durch die Linie AB gekennzeichnet; Punkt Z charakterisiert die Auszahlungen der Spieler bei symmetrischer Aufteilung des Nettogewinns. Zunächst spricht nichts dafür zu unterstellen, Kooperation führe zur Einigung auf Punkt Z. Häufig würde man vielmehr intuitiv argumentieren, daß das Unternehmen mit größerer Verhandlungsstärke einen höheren Anteil erhalten wird.

Abbildung 1.7: Nutzengrenze und Konfliktpunkt



Ein **kooperatives Spiel** läßt sich oft als eine Verhandlungssituation folgender Art beschreiben: Zwei (oder mehrere) Parteien können einen bindenden Vertrag über die Aufteilung eines *"Kuchens"* von bestimmter Größe aushandeln. Er kann ohne Beschränkung der Allgemeinheit auf 1 normiert werden. Wenn sich die Parteien nicht einigen (wenn sie nicht kooperieren), dann erhält keiner etwas vom Kuchen. Dieses Ergebnis, bei dem die Spieler Auszahlungen erhalten, die wir auf 0 normieren, bezeichnet man als **Konflikt- oder Drohpunkt** oder auch als Status quo. In Abbildung 1.7 ist dies der Punkt C.

Auch das wohl bekannteste Verhandlungsproblem der ökonomischen Theorie, die **Edgeworth-Box** mit dem Tausch von zwei Gütern zwischen zwei Personen bei gegebener Anfangsausstattung, läßt sich formal auf die geschilderte Fragestellung zurückführen: Die Ausgangssituation ist der Konfliktpunkt C; die Nutzengrenze wird durch die Punkte auf der Kontraktkurve im Bereich der Tauschlinse beschrieben.

Lösungskonzepte von **kooperativen Spielen** versuchen, detailliertere Aussagen über mögliche Verhandlungslösungen zu treffen. Verschiedene Ansätze werden in den Kapiteln 5 und 6 diskutiert. Dabei gibt es grundsätzlich zwei verschiedene Vorgehensweisen: den axiomatischen Ansatz und die Modellierung eines konkreten Verhandlungsprozesses.

1.3.5.1 Axiomatischer Ansatz

Im Rahmen eines **axiomatischen Ansatzes** werden bestimmte (mehr oder weniger) *plausible Anforderungen* als System von *Axiomen* formuliert, die jede Verhandlungslösung, unabhängig von konkreten institutionellen Details, erfüllen sollte. Als eine Minimalforderung an eine Lösung für das Verhandlungsproblem im Kartell könnte man etwa folgende Bedingungen formulieren: Als mögliche Lösungen kommen Auszahlungsvektoren (Aufteilungen) in Betracht, die

(a) **individuell rational** sind: Jeder einzelne Spieler erhält mindestens so viel, wie er für sich allein ohne Kooperation erreichen kann; keiner wird Verhandlungsergebnissen zustimmen, die ihn schlechter stellen als im Status quo Punkt C. Mögliche Lösungen müssen demnach nordöstlich von Punkt C liegen.

(b) **effizient** bzw. **pareto-optimal**) sind: Keiner der Spieler kann sich besser stellen, ohne daß sich ein anderer Spieler verschlechtert. Alle Aufteilungen, die diese Bedingung erfüllen, liegen auf der **Pareto-Grenze H(P)**.

Auszahlungsvektoren, die beiden Forderungen genügen, bezeichnen wir als **Imputationen**. Ein Lösungskonzept, das aus der ökonomischen Analyse des reinen Tauschs (der Kontraktkurve von Edgeworth) bekannt ist, verlangt zusätzlich zu den beiden genannten Bedingungen, daß ein Auszahlungsvektor, der der Lösung entspricht, so gestaltet sein sollte, daß er von keiner *Koalition* aus mehreren Spielern blockiert werden kann. Ist das der Fall, dann stellt sich keine Teilmenge von Spielern besser, wenn eine alternative Nutzenaufteilung realisiert wird. Dann ist der Auszahlungsvektor im **Kern** des Spiels. Das so beschriebene Lösungskonzept wird entsprechend als Kern bezeichnet.

Im Beispiel mit den zwei Unternehmen kann sich die Koalition aus beiden Spielern als Auszahlung den Wert 100 (= 50 + 50) garantieren, der beliebig zwischen beiden aufgeteilt werden kann. Jedes einzelne Unternehmen aber kann sich mindestens 10 sichern, indem es nicht kooperiert. Der **Kern** schränkt die Zahl möglicher Ergebnisse von Verhandlungen demnach auf die Kurve DE in Abbildung 1.7 ein, macht aber keine Aussage darüber, welche der (unendlich vielen) Aufteilungen des Nettogewinns von 80 aus der Kooperation letztlich Ergebnis des Verhandlungsprozesses sein wird.

Andere axiomatische Lösungskonzepte (wie z.B. die **Nash-Lösung** oder der **Shapley-Wert**) prognostizieren ein eindeutiges Ergebnis, indem sie stärkere Anforderungen an die Lösung stellen - etwa durch den Versuch, die Idee einer fairen Lösung zu formalisieren. Charakteristisch für das axiomatische Vorgehen ist, daß es von spezifischen Regeln und Institutionen abstrahiert; deshalb werden das konkrete Verhalten der einzelnen Spieler während des Verhandlungsprozesses und die Mechanismen, die zur Bildung von Koalitionen führen, nicht analysiert. Die Rechtfertigung für ein solches Vorgehen liegt in dem Bemühen, allgemeine Prinzipien herauszuarbeiten, die auf möglichst viele Situationen zutreffen und als Norm für das Ergebnis von realen, aber auch hypothetischen Verhandlungsprozessen dienen können.

Verschiedene axiomatische Lösungskonzepte werden wir in Kapitel 5 untersuchen. Bei einem Spiel mit mehr als zwei Spielern wird die Analyse durch die Möglichkeit zur *Koalitionsbildung* verkompliziert, und es ergeben sich zum Teil qualitativ unterschiedliche Ergebnisse. So wäre der Kern des Kuchenspiels bei mehr als zwei Spielern leer, denn kein Auszahlungsvektor könnte alle drei genannten Bedingungen gleichzeitig erfüllen. Lösungen für Koalitionsspiele werden in Kapitel 6 besprochen.

1.3.5.2 Das Nash-Programm

Zwar gelingt es einer ganzen Reihe von axiomatischen Konzepten, durch die Formulierung entsprechender Axiome jeweils ein eindeutiges Ergebnis als Lösung zu isolieren, doch ergeben sich dabei je nach Axiomensystem ganz unterschiedliche Lösungen. Da kein System für sich beanspruchen kann, das einzig plausible oder auch nur das am wenigsten kontroverse zu sein, liegt es nahe, nach Richtlinien für die Formulierung wesentlicher Prinzipien zu suchen. Bereits von NASH (1953) wurde vorgeschlagen, zu diesem Zweck konkrete Verhandlungsprozeduren zu analysieren. Dieser Vorschlag wurde lange Zeit nicht weiter verfolgt, erfreut sich seit einigen Jahren aber als sogenanntes **Nash-Programm** zunehmender Beliebtheit und hat zu sehr interessanten, zum Teil verblüffenden Einsichten geführt.

Es wäre gewiß paradox zu unterstellen, Spieler verfolgten nicht mehr ihr Eigeninteresse, sobald die Möglichkeit zum Abschluß bindender Verträge besteht. Im Gegenteil bietet es sich geradezu an, die Methodik der nicht-kooperativen Spieltheorie auch für die Untersuchung von Verhandlungsprozessen anzuwenden. Bei gegebenen Spielregeln (dem institutionellen Rahmen, der festlegt, welcher Spieler wann zum Zug kommt) ist es möglich, für jeden Spieler seine optimale, individuell rationale Verhandlungsstrategie zu berechnen.

Nun ist prinzipiell natürlich eine unendliche Vielfalt möglicher Verhandlungsabläufe denkbar, und die Spielregeln sind keineswegs eindeutig festgelegt, sondern werden auch vom individuellen Verhalten mitbestimmt. Eine systematische

Analyse aller denkbaren Prozeduren wäre ein hoffnungsloses Unterfangen. Die Idee des Nash-Programms besteht darin, anhand bestimmter konkreter Verhandlungsprozesse zu kontrollieren, welches Ergebnis vernünftigerweise erwartet werden kann: Das Vorgehen soll dann Anhaltspunkte liefern für die Neuformulierung allgemeingültiger Prinzipien bzw. Axiome (vgl. BINMORE, 1998, S.42-49). In diesem Sinne ergänzen sich die beiden skizzierten Vorgehensweisen gegenseitig; wir werden sie in den Kapiteln 5 und 6 eingehender kennenlernen.

Eine zweifellos etwas extreme und ungerechte Verhandlungssituation ist durch folgendes **Ultimatumspiel** gekennzeichnet: Der erste Spieler schlägt vor, daß er den Anteil x vom gesamten Kuchen erhält, und der zweite Spieler kann dann entweder zustimmen (und erhält dann den Anteil 1-x) oder ablehnen; in letzterem Fall bekommt keiner etwas (der Status quo bleibt bestehen). Dieses Spiel besitzt sehr viele, ja unendlich viele Nash-Gleichgewichte. Nehmen wir z.B. an, Spieler 2 schlägt folgende Strategie ein: er willigt in den Vorschlag seines Gegenspielers nur dann ein, wenn sein Anteil mindestens so hoch ist wie 1-x. Dann besteht die optimale Strategie von Spieler 1 darin, gerade den Anteil x für sich zu beanspruchen. Für jedes beliebige x ($0 \leq x \leq 1$) sind die beschriebenen Strategien wechselseitig beste Antworten.

Die *totale Indeterminiertheit* liegt freilich nur daran, daß die meisten Nash-Gleichgewichte auf völlig unglaubwürdigen Drohungen basieren: Wenn Spieler 2 am Zug ist und Spieler 1 im Widerspruch zum betrachteten Gleichgewicht (x,1-x) einen Vorschlag $x+\varepsilon$ unterbreitet hat, macht es für Spieler 2 keinen Sinn, den Vorschlag abzulehnen, weil er durch seine Weigerung nichts gewinnt, sondern höchstens (solange $x+\varepsilon<1$) verlieren kann: Seine Drohung, nur Vorschläge zu akzeptieren, die kleiner oder gleich x sind, ist nicht teilspielperfekt.

Das einzige teilspielperfekte Gleichgewicht des Ultimatumspiels besteht darin, daß Spieler 1 sich den gesamten Kuchen ($x = 1$) sichert und Spieler 2 diesen Vorschlag akzeptiert. Weil das Spiel sofort nach der Zustimmung bzw. Ablehnung von Spieler 2 abgebrochen wird, hat Spieler 1 *vollständige Verhandlungsmacht.* Dies gilt nicht mehr, falls Spieler 2 einen Gegenvorschlag machen kann.

Jede den Verhandlungen exogen auferlegte Zeitbeschränkung ist in gewisser Weise natürlich willkürlich. Ein berühmtes Verhandlungsspiel, das von RUBINSTEIN (1982) analysiert wurde, untersucht eine Situation, in der die Spieler beliebig lange miteinander verhandeln können und abwechselnd Vorschläge machen. Der Wert des Kuchens nimmt aber im Zeitablauf ab, weil die Spieler eine Gegenwartspräferenz besitzen und späteren Konsum weniger stark schätzen ("Der Kuchen schrumpft über die Zeit"). Bemerkenswerterweise gibt es trotz des unendlichen Zeithorizonts unter solchen Bedingungen ein eindeutiges, teilspielperfektes Verhandlungsergebnis. Die Parteien werden sich gleich zu Beginn der Verhandlungen auf das Ergebnis einigen, wenn sie die Bewertung des Kuchens durch den Gegenspieler kennen.

Wir werden dieses Spiel, das **Rubinstein-Spiel**, und andere Verhandlungsspiele in Abschnitt 5.5.4 ausführlich diskutieren.

1.3.6 Gestaltung der Spielregeln: Mechanismusdesign

Bisher sind wir davon ausgegangen, daß die Spielregeln exogen vorgegeben sind, und haben uns mit der Frage beschäftigt, wie wir bei gegebenen Regeln die Lösung eines Spiels definieren können. Dabei hat sich gezeigt, daß das Ergebnis wesentlich von den jeweiligen Spielregeln mitbestimmt wird (so von der Reihenfolge der Züge oder davon, ob bindende Verträge zugelassen sind). Ein Vergleich der Lösungen bei unterschiedlichen institutionellen Regelungen hilft, die Implikationen alternativer institutioneller Mechanismen zu verstehen. Das ermöglicht es zu analysieren, welche Gestaltung der Regeln optimal ist im Sinne von bestimmten, zu definierenden *Wohlfahrtskriterien*, die die **axiomatische Theorie** aufbereitet.

Der Staatsanwalt etwa hat durch die Festlegung der strategischen Form das Gefangenendilemma-Spiel so gestaltet, daß das Ergebnis seinen Kriterien entsprechend optimal ist. (Seine Präferenzordnung ist denen der Gefangenen völlig entgegengerichtet.) Ähnlich verhindert im Beispiel der Dyopolisten der Gesetzgeber, daß das Einhalten von Kartellvereinbarungen eingeklagt werden kann, weil sein Interesse dem der Dyopolisten entgegengerichtet ist.

Anders verhält es sich im **Free-Rider-Fall**. Hier wird ein wohlwollender Gesetzgeber versuchen, Regeln zu formulieren, die helfen, die Bereitstellung des öffentlichen Gutes zu sichern und damit die Wohlfahrt der Spieler zu verbessern. Besteht das Wohlfahrtskriterium in der Maximierung der (gewichteten) Auszahlungen aller Spieler, sind **nicht-kooperative Spiele** in der Regel nicht effizient. Das bedeutet aber, daß die Gestaltung von Institutionen, die Verträge bindend durchsetzen (also die bewußte Veränderung der Spielregeln), eine Wohlfahrtsverbesserung im Interesse aller Beteiligten bringen kann.

Spieltheoretisch formuliert, ist diese Überlegung auch Ausgangspunkt des **Coase-Theorems**: Erst die Schaffung entsprechender Institutionen (etwa von rechtlichen Rahmenbedingungen, die genaue Spielregeln für die Zugfolge festlegen), ermöglicht effiziente Lösungen. So reicht es nach Coase aus, daß staatliche Institutionen kooperative Vereinbarungen bindend durchsetzen, um zu gewährleisten, daß wechselseitig vorteilhafte Kontrakte abgeschlossen werden. Inwieweit bzw. unter welchen institutionellen Bedingungen allerdings Verhandlungen auch tatsächlich zu einer effizienten Lösung führen, werden wir noch eingehender untersuchen.

Die Frage, wie sich Gleichgewichte bei alternativen institutionellen Bedingungen (Spielregeln) verändern, ermöglicht eine Analyse des *optimalen Designs von Institutionen*: Man bezeichnet dies als **Mechanismusdesign** (vgl. MYERSON, 1989). Unter dieses Gebiet fallen eine Vielzahl von Fragestellungen, z.B. die drei folgenden:

1. Welche Regeln ermöglichen effiziente politische bzw. soziale Entscheidungsprozesse?

2. Als konkrete Anwendung: welche Mechanismen ermöglichen die optimale Allokation von öffentlichen Gütern?

3. Wie sollte ein effizienter Kontrakt gestaltet sein, der den Gewinn maximiert, wenn die Anteilseigner die Handlungen des Managements nicht direkt beobachten können?

Welchen Mechanismus bzw. welche Institutionen die einzelnen Spieler als optimal ansehen, wird naturgemäß davon beeinflußt, wie stark sie dabei ihre eigenen Interessen durchsetzen können. So wäre jeder damit einverstanden, den Verhandlungsprozeß wie in dem im vorhergehenden Abschnitt beschriebenen Ultimatum-Spiel ablaufen zu lassen, wenn er sicher sein kann, selber das Vorschlagsrecht zu besitzen. Wesentlich interessanter ist die Frage, welche Mechanismen die Spieler befürworten würden, bevor sie selbst wissen, in welcher konkreten Position sie sich dann befänden. Ausgehend von einem solchen *"Schleier des Nichtwissens"* läßt sich, dem Rawls'schen Ansatz folgend (RAWLS, 1972), die Gestaltung von fairen Regeln analysieren.

Literaturhinweise zu Kapitel 1:

Als Ergänzung und Weiterführung sind folgende Bücher zu empfehlen: LUCE UND RAIFFA (1957) bietet als klassisches Einführungsbuch in die Spieltheorie eine gut verständliche, auch heute noch lesenswerte Darstellung der Grundideen. Eine gute, formal anspruchsvolle Einführung insbesondere in die kooperative Spieltheorie findet man in OWEN (1995).

In dem Lehrbuch von FRIEDMAN (1986) sind bereits viele neuere Entwicklungen der Spieltheorie enthalten; allerdings ist die Darstellung recht formal. Im Gegensatz dazu ist RASMUSEN (1989) unterhaltsam geschrieben, wobei der lockere Stil manchmal zu Lasten der Präzision geht. Die zweite Auflage des Lehrbuchs von GÜTH (1999) enthält eine sehr gehaltvolle und formal anspruchsvolle Einführung in die Spieltheorie, wobei der Schwerpunkt bei der nicht-kooperativen Theorie liegt. Eine umfangreichere Sicht auf die Spieltheorie bietet das Lehrbuch von BERNINGHAUS ET AL. (2002). Trotz des Titels „Strategische Spiele" enthält es auch einen Abschnitt über kooperative Verhandlungsspiele.

"Fun and Games" verspricht das etwas unkonventionelle Einführungsbuch von BINMORE (1992), aber es enthält trotz dieses Titels eine sehr gut strukturierte Einführung in die Grundmodelle der Spieltheorie. Viele ökonomische Anwendungen finden sich in GIBBONS (1992). Hervorragende Einführungen in die mathematischen Methoden der Spieltheorie liefern die Lehrbücher von MYERSON (1991) und FUDENBERG UND TIROLE (1991). Einen umfassenden Überblick bietet das *Hand-*

book of Game Theory, herausgegeben von AUMANN UND HART (vol. 1, 1992, und vol. 2, 1994).

Eine gehaltvolle Diskussion über die *Grundlagen* der Spieltheorie bieten AUMANN (1985), BINMORE UND DASGUPTA (1986) und BINMORE (1990). RUBINSTEIN (2000) vertritt eine reflektierend-kritische Sicht. HOLLER (2002) thematisiert die historische Entwicklung der Prinzipien und Perspektiven der Spieltheorie. TIROLE (1988) gibt eine umfassende Einführung in die *Anwendung* spieltheoretischer Konzepte in der Industrieökonomie, KUHN (2004) diskutiert ihre Anwendung in der Philosophie. Ein eindrucksvolles Beispiel dafür, wie die Spieltheorie den modernen mikroökonomischen Lehrstoff verändert hat, liefert KREPS (1990). Wer eine Bettlektüre zur Spieltheorie sucht, die Bücher von NALEBUFF UND BRANDENBURGER (1996) und DIXIT UND NALEBUFF (1995), beides Übersetzungen aus dem Amerikanischen, liegen bereit.