

1. Man skizziere die Niveaukurven und Graphen der folgenden Funktionen:

(a) $f(x_1, x_2) = x_1$,

(b) $f(x_1, x_2) = x_1 - x_2$,

(c) $f(x_1, x_2) = x_1^2 - x_2^2$.

2. Kann eine Integralkurve eines Vektorfeldes sich selbst schneiden? (Achtung: Sie müssen den Begriff schneiden selbst definieren!)

3. Man skizziere die folgenden Vektorfelder auf \mathbf{R}^2 für $p = (x_1, x_2)$

(a) $\mathbf{X}(p) = (p, x_2, x_1)$,

(b) $\mathbf{X}(p) = (p, -2x_2, \frac{1}{2}x_1)$,

(c) $\mathbf{X}(p) = (p, x_2, -x_1)$.

4. Sei \mathbf{X} ein glattes Vektorfeld auf der offenen Menge $U \subset \mathbf{R}^{n+1}$.

(a) Sei $p \in U$ und $\alpha : I \rightarrow U$ die maximale Integralkurve auf \mathbf{X} durch p . Weiterhin sei $\beta : \tilde{I} \rightarrow U$ eine Integralkurve auf \mathbf{X} mit $\beta(t_0) = p$ für ein $t_0 \in \tilde{I}$. Man zeige $\beta(t) = \alpha(t - t_0)$ für alle $t \in \tilde{I}$.

Hinweis: Man betrachte die Kurve $\beta(t + t_0)$.

(b) Sei $\beta : I \rightarrow U$ eine Integralkurve auf \mathbf{X} mit $\beta(0) = \beta(t_0)$ für ein $t_0 \in I \setminus \{0\}$. Man zeige, daß β periodisch ist, d.h. $\beta(t + t_0) = \beta(t)$ für alle t aus I mit $t + t_0 \in I$ gilt.

Abgabe 22. 10.