9. Übung zur Differentialgeometrie WS 2007/8

1. Sei S_i eine n_i–Fläche, $i = 1, 2$. $\phi : S_1 \to \mathbb{R}^{n_2+1}$ sei eine glatte Abbildung mit $\phi(S_1) \subset S_2$. Man zeige: $d\phi : T(S_1) \to T(S_2)$.

2. Seien $U_i \subset \mathbb{R}^{n_i}$, $i = 1, 2$ und $\phi : U_1 \to U_2$, $\psi : U_2 \to \mathbb{R}^k$ glatt. Man zeige $d(\psi \circ \phi) = d\psi \circ d\phi$.

3. Sei $\phi : U \to \mathbb{R}^{n+1}$ eine parametrisierte n–Fläche. $\mathbf{E}_i$ seien die Koordinatenvektorfelder entlang ϕ und $\mathbf{A}$ sei die Matrix mit den Zeilen $\mathbf{E_i}$. Für $i = 1, \ldots, n+1$ sei A_i die Matrix die aus $\mathbf{A}$ durch Entfernen der i-ten Spalte entsteht. $\mathbf{X}$ sei nun das Vektorfeld mit den Komponenten $X_i = (-1)^{n+1+i} \det A_i$. Man zeige $\mathbf{X} \neq 0$ für $p \in U$, $\mathbf{X}$ ist normal bzgl. ϕ und $\mathbf{X}/\|\mathbf{X}\|$ ist das orientierende Vektorfeld längs ϕ.

Abgabe 7. 1.