

2. Übung zur Linearen Algebra II

SS 2008

Im Folgenden sei V ein endlich dimensionaler K -Vektorraum über einem Körper mit unendlich vielen Elementen und $L, M : V \rightarrow V$ seien Endomorphismen.

1. Es sei λ Eigenwert des linearen Operators L . λ habe die geometrische Vielfachheit $d(\lambda)$. Man zeige: λ ist die mindestens $d(\lambda)$ -fache Nullstelle des charakteristischen Polynoms von L .
2. Sei L diagonalisierbar. Man zeige: Die L -invarianten Unterräume U von V sind genau diejenigen, die sich in der Form $U = U_1 + \cdots + U_r$ darstellen lassen, wobei jedes U_ρ Untervektorraum eines Eigenraums $E(\lambda_\rho)$ ist.
3. Ist L diagonalisierbar und U invariant unter L , so ist auch die Einschränkung $L|_U$ von L auf U diagonalisierbar.
4. Ist $E'(\lambda)$ verallgemeinerter Eigenraum von L und sind M und L vertauschbar, so ist $E'(\lambda)$ invariant unter M .
5. L habe die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

bezüglich einer Basis a_1, a_2, a_3, a_4 . Man berechne die verallgemeinerten Eigenräume von L .

Abgabe 17.4.