1. Übung zur Linearen Optimierung SS 2008

1. Gegeben sei das folgende **LP**: $\min c^\top x$, $Ax \le b$, $x \ge 0$ mit $c^\top = (-1,-1)$, $b^\top = (6,0,3)$ und
$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$
Man skizziere den zulässigen Bereich $F = \{x \in \mathbf{R}^2 : Ax \le b,\, x \ge 0\}$ und bestimme ein $x^0 \in F$ mit $c^\top x^0 \le c^\top x$ für alle $x \in F$.

2. Ist die zu einer Ecke zugehörige Basis eindeutig bestimmt?

3. Sei $A \in \mathbf{R}^{m\times n+m}$, $b \in \mathbf{R}^m$, $\operatorname{rank}(A) \le m$ und $P = \{x \in \mathbf{R}^{n+m} \mid Ax = b,\, x \ge 0\}$. Weiterhin sei d der Zielfunktionsvektor des zugehörigen Phase-I-Problems und x^0 eine optimale Lösung dieses Problems. Man zeige: $P = \emptyset \Longleftrightarrow d^\top x^0 > 0$.

4. Seien die Vor. wie in Aufgabe 1 und $P \ne \emptyset$. Zudem seien für eine Basis $B = \{k_1, \ldots, k_m\}$ des Phase-I-Problems $R(B) = \{i : k_i \le n+m\}$ und $M(B) = \{i : k_i > n+m\}$. Man bestimme eine optimale Lösung des Phase-I-Problems und zugehörige Basis $B = (k_1, \ldots, k_m)$, so daß gilt: $\operatorname{rank}(A) = \operatorname{rank}(A,b) = |R(B)|$ und die Gleichungen $a^{i\top} x = b_i$, $i \in M(B)$, sind redundant (dabei bezeichnen die $a^{i\top}$ die Zeilen von A, und für eine Menge M bezeichnet $|M|$ die Mächtigkeit).

Abgabe 14. 4.