

Wintersemester 2011

Stochastik 1

2. Übungsblatt

Aufgabe 1 (3+2=5 Punkte)

Es sei (Ω, p) ein diskreter Wahrscheinlichkeitsraum, wobei $\Omega = \{1, 2, 3, 4\}$ und $p = (p_1, p_2, p_3, p_4)$ mit $p_i = p(i)$, $i = 1, 2, 3, 4$.

Seien $A = \{1, 2\}$ und $B = \{1, 3\}$ Teilmengen von Ω und es sei bekannt, dass für das zugehörige Wahrscheinlichkeitsmaß \mathbb{P} gilt

- (a) $\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(B) = 1/2$,
- (b) $\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(B) = 1$.

Geben Sie in beiden Fällen alle Wahrscheinlichkeitsmaße \mathbb{P} an, die dies erfüllen.

Aufgabe 2 (2+3+2+3= 10 Punkte)

Geben Sie beim Lösen dieser Aufgabe immer den von Ihnen verwendeten Wahrscheinlichkeitsraum Ω an!

- (a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass in einem gut durchmischten Skatenspiel alle vier Asse direkt übereinander liegen.
- (b) Welches Ereignis hat die größere Wahrscheinlichkeit? Beim 4-maligen Würfeln mit einem Würfel mindestens eine Sechs oder beim 24-maligen Würfeln mit zwei Würfeln mindestens einen Sechserpasch zu werfen?
- (c) Ein Würfel wird 7 mal geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass jede der Ziffern $1, \dots, 6$ mindestens einmal dabei vorkommt?
- (d) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer Skatrunde nach dem Geben zwei Buben im Skat liegen?

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Bei einer Weihnachtsfeier bringt jeder der n Teilnehmer ein Geschenk mit. Diese werden in einen Sack gesteckt, gut durchmischt und wieder unter den n Teilnehmern verteilt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass niemand das Geschenk erhält, das er mitgebracht hat? Wie verhält sich diese Wahrscheinlichkeit für $n \rightarrow \infty$?

Aufgabe 4* (+ 4* Punkte)

Alfred und Bianca spielen folgendes Spiel: Alfred würfelt mit einem fairen Würfel so lange, bis er zweimal hintereinander eine 1 würfelt. Bianca hingegen würfelt mit einem fairen Würfel so lange, bis sie bei zwei aufeinander folgenden Würfeln die Folge 1 – 2 erreicht. Gewonnen hat, wem dies eher gelingt.

Entscheiden und begründen Sie ganz ohne Rechnung, ob das Spiel fair ist oder nicht.