

Markovprozesse, Dirichletformen und Halbgruppen

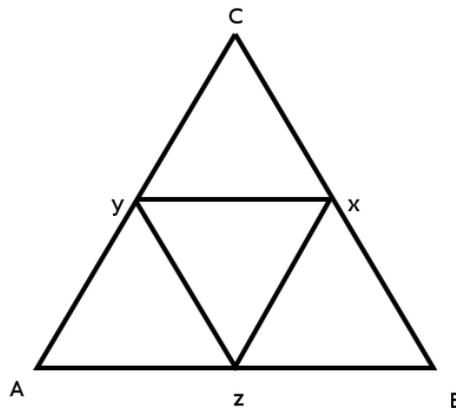
2. Übungsblatt

Aufgabe 5

Man beweise Lemma 1.1.12 aus der Vorlesung!

Aufgabe 6

Gegeben sei folgender Graph, dabei interpretieren wir die Punkte A, B und C als Rand und die Punkte x, y und z als innere Punkte. Wir nehmen an, eine Funktion u sei auf dem Rand vorgegeben, etwa durch die



Werte u_A, u_B und u_C . Gesucht ist diejenige harmonische Funktion u auf dem Graphen, die auf dem Rand mit den gegebenen Werten übereinstimmt. Bestimmen Sie u mit Hilfe folgender verschiedener Methoden:

- (i) Mit der Mittelwerteigenschaft aus Theorem 1.1.2 (iii).
- (ii) Mit der Erwartungswert-Methode aus Theorem 1.1.9.

Die ermittelten Werte sollten übereinstimmen. Nun definiere man den Laplaceoperator auf dem Graphen, so daß er die harmonischen Funktionen auf Null abbildet.

Aufgabe 7

Man beweise Theorem 1.1.16.

Hinweis: Anwendung des Reflektionsprinzips ist hier hilfreich.