Dr. U. Freiberg zu bearbeiten bis: 01. 06. 2012

Sommersemester 2012

# Fraktale Geometrie

6. Übungsblatt

**Aufgabe 1**

Beweise, dass die Umkehrung von Aufgabe 4, Übungsblatt 5, i. A. nicht gilt: Konstruiere eine total unzusammenhängende Menge $F$ mit $\dim_H F \geq 1$.
(*Zeige, dass es sogar eine total unzusammenhängende Menge $F$ mit $\dim_H F = 2$ gibt.)

**Aufgabe 2**

Beweise aus dem Satz 3.19: Die untere bzw. obere Box-Dimension einer beschränkten Menge $F \subseteq \mathbb{R}^n$, $F \neq \emptyset$, ist gegeben durch

$$\underline{\dim}_B F = \liminf_{\delta \downarrow 0} \frac{\log N_\delta(F)}{-\log \delta}, \quad \text{bzw.} \quad \overline{\dim}_B F = \limsup_{\delta \downarrow 0} \frac{\log N_\delta(F)}{-\log \delta},$$

wobei $\log N_\delta(F)$

(a) die kleinste Anzahl (beliebiger) Würfel der Seitenlänge $\delta$, die $F$ überdecken, ist.

(b) die kleinste Anzahl von abgeschlossene Kugeln vom Radius $\delta$, die $F$ überdecken, ist.

**Aufgabe 3**

Bezeichne $F$ die Menge der Zahlen aus $[0, 1]$, deren dezimalen Darstellung keine 5 enthalten. Berechne die Box-Dimension von $F$.