Dr. Uta Freiberg
Patricia Alonso Ruiz

zu bearbeiten bis: 08. 05. 2013

Sommersemester 2013

Fraktale Geometrie

3. Übungsblatt

Aufgabe 1

Man beweise das Theorem 1.17 aus der Vorlesung!

Aufgabe 2

Man beweise den Satz 2.2 aus der Vorlesung: $\forall\, s \geq 0$, $\delta > 0$ ist $\mathcal{H}^s_\delta$ ein äußeres Maß.

Aufgabe 3

Man beweise den Satz 2.4 aus der Vorlesung: $\forall\, s \geq 0$ ist $\mathcal{H}^s$ ein metrisches äußeres Maß.

Aufgabe 4

Betrachte das 0-dimensional Hausdorff-Maß $\mathcal{H}^0$ auf $\mathbb{R}^n$. Man beweise:

(a) $\mathcal{H}^0$ ist das Zählmaß.

(b) Jede Menge $A \subseteq \mathbb{R}^n$ ist $\mathcal{H}^0$-meßbar, d.h. $\mathcal{H}^0$ ist ein Maß auf ganz $\mathcal{P}(\mathbb{R}^n)$.

Aufgabe 5

Es wurde bereits bewiesen, dass Borelmengen Lebesgue-meßbar (im Sinne von Definition 1.10) sind. Zeige anhang eines Beispiels, dass es Lebesgue-meßbare Mengen gibt, die jedoch keine Borelmengen sind.

(Dies ist schwer, ihr könnt daher Literatur und weitere Hilfsmitteln benutzen, um eine solche Menge zu finden.)