Uta Freiberg
Universität Siegen

zu bearbeiten bis: 09. 12. 2011

Wintersemester 2011/2012

Brownsche Bewegung I

6. Übungsblatt

Aufgabe 1

Man mache sich nochmal in Ruhe das Argument des Beweises von Satz 4.4.3 klar.

Aufgabe 2

Man zeige, dass die nachfolgend definierten Kovarianz–Funktionen r positiv semi–definit sind:

(a) $r(s,t) := \prod_{i=1}^{n}(s_i \wedge t_i), \quad s,t \in [0,1]^n$ (Brownsches Blatt)

(b) $r(s,t) := s \wedge t - st, \quad s,t \in [0,1]$ (Brownsche Brücke)

Aufgabe 3

Sei $(X_t)_{t\in[0,1]}$ eine Brownsche Brücke. Man zeige:

(a) $(X_t)_{t\in[0,1]}$ besitzt dieselbe Verteilung wie der durch

$$Y_t := W_t - tW_1,$$

definierte Prozeß $(Y_t)_{t\in[0,1]}$, wobei $(W_t)_{t\in[0,1]}$ eine Brownsche Bewegung auf $[0,1]$ ist.

(b) $(X_t)_{t\in[0,1]}$ besitzt keine unabhängigen Zuwächse.

Aufgabe 4

Es sei $T = \mathbb{R}$ und $X = (X_t)_{t\in[0,1]}$ ein H–ss Prozess. Man zeige:

(a) $t \neq 0 \quad \Longrightarrow \quad X(t) \stackrel{\mathcal{D}}{=} |t|^H X\big(\operatorname{sgn}(t)\big)$.

(b) $X(0) = 0$ f.s.

(c) Wenn X stationär, dann $X \equiv 0$.