

## Übungsblatt 3

### *Verzweigungs- und Erneuerungstheorie*

#### Aufgabe 1

Jede Generation eines GW Prozesses wird mit einer zufälligen Anzahl von Immigranten ergänzt. Diese sind nicht unterscheidbar von den ursprünglichen Objekten der Population. Angenommen, die Anzahlen der Immigranten in verschiedenen Generationen sind unabhängig voneinander, identisch verteilt mit erzeugender Funktion  $H(s)$ , und unabhängig von der Vergangenheit des Verzweigungsprozesses.

Zeigen Sie, dass für die erzeugende Funktion  $G_n$  der Größe der  $n$ -ten Generation gilt

$$G_{n+1}(s) = G_n(G(s))H(s),$$

wobei  $G$  die erzeugende Funktion der Anzahl der Nachkommen eines Individuums ist.

#### Aufgabe 2

Beweisen Sie Satz 3 aus Kapitel 3 der Vorlesung:  $G_{n+m}(s) = G_n(G_m(s))$  für einen multi-typ Verzweigungsprozess.

#### Aufgabe 3

Beweisen Sie Beispiel 7 aus Kapitel 3 der Vorlesung (ein Beispiel dafür, dass ein nichtsingulärer Prozess auch von 0 verschiedene rekurrente Zustände haben kann).