

Übungen zur Vorlesung  
Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

Blatt 10

**Aufgabe 36.**

Bestimmen Sie alle Eigenwerte und alle Eigenvektoren der Matrix

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

**Aufgabe 37.**

Bestimmen Sie die Eigenwerte und die zugehörigen Eigenräume der Matrix

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 9 & -5 & -5 \\ 4 & -3 & -4 \\ 6 & -3 & -2 \end{pmatrix}.$$

**Aufgabe 38.**

Gegeben sei die Matrix

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} c & 0 & d \\ 0 & c & 0 \\ d & 0 & c \end{pmatrix}.$$

mit  $c, d \in \mathbb{R}$ . Für welche Werte von  $c$  und  $d$  ist die Matrix  $\mathbf{A}$  positiv definit?

**Aufgabe 39.**

Gegeben sei die symmetrische Matrix

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

- Bestimmen Sie das charakteristische Polynom  $p(\lambda)$  und alle Eigenwerte von  $\mathbf{A}$ .
- Zeigen Sie, dass wenn man im Polynom  $p(\lambda)$  die reelle Zahl  $\lambda$  durch die Matrix  $\mathbf{A}$  ersetzt, dass sich dann die Nullmatrix ergibt, also dass  $p(\mathbf{A}) = \mathbf{0}$  gilt.

**Bem.:** Teil b) ist ein Spezialfall des Satzes von Cayley-Hamilton, der besagt, dass diese Aussage für alle symmetrischen Matrizen gilt.