

Übungen zur Vorlesung Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

Blatt 2

Aufgabe 5.

Ermitteln Sie die folgenden unbestimmten Integrale:

$$(i) \int x^2(1+x)^2 dx, \quad (ii) \int x^2\sqrt{x} dx.$$

Aufgabe 6.

Bestimmen Sie das bestimmte Integral $\int_0^1 x^2 dx$ direkt über die Definition als Grenzwert geeigneter Untersummen bzw. Obersummen.

Hinweis: Es gilt $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$.

Aufgabe 7.

Beweisen Sie Satz 1.11 aus der Vorlesung.

Aufgabe 8.

Eine neu gefundene Ölquelle ermöglicht für die nächsten 10 Jahre die Förderrate

$$f(t) = 10t^2 - t^3, \quad 0 \leq t \leq 10,$$

oder alternativ die Förderrate

$$g(t) = t^3 - 20t^2 + 100t, \quad 0 \leq t \leq 10.$$

a) Skizzieren Sie die beiden Förderprofile in einem gemeinsamen Koordinatensystem.

b) Zeigen Sie, dass die Gesamtfördermenge $G(t)$ bis zum Zeitpunkt t beim zweiten Profil zu jedem Zeitpunkt $t \in [0, 10]$ grösser ist als die Gesamtfördermenge $F(t)$ beim ersten Profil.

c) Die Fördergesellschaft verkauft Öl zum Zeitpunkt t zum Preis

$$p(t) = \frac{1}{t+1}, \quad 0 \leq t \leq 10.$$

Bestimmen Sie den Gesamterlös

$$\int_0^{10} f(t)p(t)dt \quad \text{bzw.} \quad \int_0^{10} g(t)p(t)dt$$

für die beiden Förderprofile. Welches Förderprofil sollte gewählt werden?