

Übungen zur Vorlesung Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

Blatt 4

Aufgabe 13.

Bestimmen Sie folgende unbestimmte Integrale durch geeignete Substitution:

$$\begin{array}{ll}
 (i) \quad \int \frac{x^7}{x^8 + 1} dx, & (ii) \quad \int \frac{1}{2\sqrt{x} + x} dx, \\
 (iii) \quad \int x\sqrt{e^{x^2} + 1} \cdot e^{x^2} dx, & (iv) \quad \int \frac{1}{x^4 - x} dx.
 \end{array}$$

Tipp zu Teil (iv): den Term x^4 ausklammern.

Aufgabe 14.

Bestimmen Sie folgende bestimmte Integrale durch geeignete Substitution:

$$(i) \quad \int_0^2 x^2 \cdot e^{x^3} dx, \quad (ii) \quad \int_1^2 4e^{-2x^2+x^3} (4x - 3x^2) dx.$$

Aufgabe 15.

In der Wahrscheinlichkeitsrechnung heißt zu einer gegebenen Dichte $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ das Integral

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$$

der **Erwartungswert** und

$$V(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - E(X))^2 f(x) dx$$

die **Varianz**, falls diese uneigentlichen Integrale konvergieren. Berechnen Sie Erwartungswert und Varianz (falls sie konvergieren) für folgende Dichten:

a) Exponentialverteilung:

$$f(x) = \begin{cases} \alpha e^{-\alpha x}, & x > 0, \\ 0, & x < 0, \end{cases} \quad \alpha > 0.$$

b) Paretoverteilung:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\alpha}{(x+1)^{\alpha+1}}, & x > 0, \\ 0, & x < 0, \end{cases} \quad \alpha > 0.$$