UNIVERSITÄT SIEGEN
Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Hans-Peter Scheffler
Johannes Goldbach

WS 2010/11

Übungen zur Vorlesung
Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

Blatt 8

Aufgabe 28.
a) Beschreiben Sie den Vektor $(8,9)^T$ als Linearkombination der Vektoren $(2,5)^T$ und $(-1,3)^T$.

b) In einem Buch über Mathematik für Ökonomen wird behauptet, dass eine Menge von Vektoren genau dann **linear abhängig** sei, wenn jeder von ihnen als Linearkombination der anderen geschrieben werden kann. Ist diese Behauptung korrekt?

Tipp: Betrachten Sie das Beispiel $\mathbf{a} = (0,1)^T$, $\mathbf{b} = (1,1)^T$, $\mathbf{c} = (2,2)^T$.

Aufgabe 29.
Gegeben seien linear unabhängige Vektoren $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ und $\mathbf{c}$ im $\mathbb{R}^n$. Prüfen Sie, ob folgende Vektoren auch linear unabhängig sind:

$$\begin{array}{rl} (i) & \mathbf{a}+\mathbf{b},\ \mathbf{a}+\mathbf{c},\ \mathbf{b}+\mathbf{c}; \\ (ii) & \mathbf{a}-\mathbf{b},\ \mathbf{a}-\mathbf{c},\ \mathbf{b}-\mathbf{c}. \end{array}$$

Aufgabe 30.
Gegeben seien die Vektoren

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \ \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}, \ \mathbf{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

a) Welche Dimension hat die lineare Hülle $[\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}]$?
b) Geben Sie eine Basis von $[\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}]$ an.

Aufgabe 31.
Bestimmen Sie den Rang folgender Matrizen:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & -4 \\ 2 & 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & -1 & 2 \\ 3 & -2 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & 5 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$