Prof. Dr. Hans-Peter Scheffler Wintersemester 2009/2010

Übungen zur Stochastik I

Aufgabe 1: Ritter de Méré glaubte, mit 4 Würfeln mindestens eine Sechs zu werfen habe dieselbe Wahrscheinlichkeit, wie mit 2 Würfeln bei 24 Würfen mindestens eine Doppelsechs zu werfen. Stimmt dies?

(a) Geben Sie für beide Spiele je einen geeigneten Stichprobenraum Ω an.

(b) Formulieren Sie die Ereignisse "mindestens eine Sechs" und "mindestens eine Doppelsechs" als Teilmengen des entsprechenden Stichprobenraums.

(c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten und entscheiden Sie, ob der Ritter de Méré Recht hatte.

Aufgabe 2: Es seien $I \neq \emptyset$, $G \neq \emptyset$ Mengen und $A, B, C, M_i, N_i \in \mathrm{Pot}(G)$ für $i \in I$. Zeigen Sie:

(a) $A \cap B = A \setminus (A \setminus B)$

(b) $(A \cup B) \cap A^c = B \cap A^c$

(c) $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

(d) $A \setminus \bigcup_{i \in I} M_i = \bigcap_{i \in I} (A \setminus M_i)$

(e) $A \setminus \bigcap_{i \in I} M_i = \bigcup_{i \in I} (A \setminus M_i)$

(f) $\bigcup_{i \in I} (M_i \cap N_i) \subset \left(\bigcup_{i \in I} M_i\right) \cap \left(\bigcup_{i \in I} N_i\right)$

(g) $\bigcap_{i \in I} (M_i \cup N_i) \supset \left(\bigcap_{i \in I} M_i\right) \cup \left(\bigcap_{i \in I} N_i\right)$

(h) Zeigen Sie anhand eines Gegenbeispieles, daß in (f) und (g) Gleichheit im allgemeinen nicht gilt.

$A \triangle B := (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ heißt die *symmetrische Differenz* von A und B. Man beweise die folgenden Eigenschaften:

(i) $A \triangle B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$.

(j) $(A \triangle B) \cap C = (A \cap C) \triangle (B \cap C)$.

(k) $A \triangle G = A^c$, $A \triangle A = \emptyset$

(l) $A = A \triangle B \iff B = \emptyset$

(m) $A \triangle B = B \setminus A$ falls $A \subset B$

(n) $A \triangle B = A \cup B$ falls $A \subset B^c$.

Abgabe: Diesmal keine Abgabe. Die Aufgaben werden in der Woche vom 19.10. - 23.10 besprochen.