Prof. Dr. Hans-Peter Scheffler Wintersemester 2009/2010

Übungen zur Stochastik I

Aufgabe 23: Es sei $\mathfrak{A}$ eine σ-Algebra auf Ω. Zeigen Sie, daß eine Abbildung $X : \Omega \to \mathbb{R}^d$ mit $X(\omega) = (X_1(\omega), \dots, X_d(\omega))$ genau dann ein Zufallsvektor ist, wenn X_j für jedes $1 \leq j \leq d$ eine reelle Zufallsvariable ist.

Aufgabe 24:

(a) Zeigen Sie, daß beim zweifachen Wurf eines Würfels je zwei der Ereignisse
   A: erster Wurf ergibt wenigstens 4 Augen
   B: zweiter Wurf ergibt wenigstens 4 Augen
   C: Augensumme gerade
   unabhängig sind, daß aber A,B und C nicht voneinander unabhängig sind.

(b) Ein Zufallsvektor (X_1, X_2) sei gleichverteilt auf $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 1\}$. Untersuchen Sie, ob X_1 und X_2 voneinander unabhängig sind.

Aufgabe 25: Es seien $X, Y : \Omega \to \mathbb{N}$ unabhängige Zufallsvariable, die beide die geometrische Verteilung $\mathcal{G}_p$ mit $p \in]0, 1]$ haben. Zeigen Sie, daß dann die Zufallsvariablen $\min(X, Y)$ und $X - Y$ unabhängig sind.

Aufgabe 26: Es seien X, Y unabhängige Zufallsvariable, deren Verteilungen die Verteilungsfunktionen $F := F_{P_X}$ und $G := G_{P_Y}$ haben. Berechnen Sie die Verteilungsfunktionen der Zufallsvariablen $\max(X, Y)$ und $\min(X, Y)$.
Was ergibt sich für exponentialverteilte X, Y?

Abgabe: Do. 3. Dezember