

Übungen zur Stochastik II

Aufgabe 34: Seien $f_n(x) = 1 - \cos(2n\pi x)$ für $x \in [0, 1]$ und F die Verteilungsfunktion der Gleichverteilung auf $[0, 1]$. Zeigen Sie:

- (i) Die Funktionen $f_n(x)$ sind Dichten von Verteilungsfunktionen
- (ii) Es gilt $F_n \xrightarrow{w} F$
- (iii) Die Funktionen $f_n(x)$ konvergieren in keinem Punkt $x \in (0, 1)$ gegen die Dichte $f(x)$ von $F(x)$.

Aufgabe 35 : Es seien $\lambda_n > 0$ mit $\lambda_n \rightarrow \lambda > 0$ für $n \rightarrow \infty$. Weiter seien Π_{λ_n} die Poisson-Verteilung mit Parameter λ_n . Zeigen Sie, dass

$$\Pi_{\lambda_n} \xrightarrow{w} \Pi_{\lambda} \text{ für } n \rightarrow \infty$$

gilt.

Aufgabe 36: Sei X_n eine $B(n, p)$ -verteilte ZV $\forall n \geq 1$. Zeigen Sie: Gilt

$$n \cdot p_n \rightarrow \lambda > 0,$$

so konvergiert X_n in Verteilung gegen eine Poisson-verteilte Zufallsvariable mit Parameter λ .

Aufgabe 37 : Seien X_n und \tilde{X}_n ZV mit Verteilungsfunktionen F_n bzw. $\tilde{F}_n \forall n \geq 1$ sowie F eine beliebige Verteilungsfunktion. Zeigen Sie: Gilt

$$X_n - \tilde{X}_n \xrightarrow{P} 0,$$

so folgt aus

$$F_n \xrightarrow{w} F \text{ auch } \tilde{F}_n \xrightarrow{w} F.$$

Abgabe: Dienstag, den 29.06