Prof. Dr. Hans-Peter Scheffler SS2010

Übungen zur Stochastik II

Aufgabe 38: Es seien X, Y unabhängige reelle Zufallsvariable. Berechnen Sie die Verteilung von $X + Y$ im Falle

(i) X und Y sind exponential verteilt mit Parameter $a > 0$ und $b > 0$.

(ii) X ist gleichverteilt auf $[0, 1]$ und Y auf $[0, 2]$.

Aufgabe 39: Zeigen Sie: Falls die Zufallsvariablen X_1, X_2 unabhängig sind mit $X_1 \sim \mathrm{N}\ (\mu_1, \sigma_1^2)$ bzw. $X_2 \sim \mathrm{N}\ (\mu_2, \sigma_2^2)$, dann ist auch die Summe $X_1 + X_2$ normalverteilt mit

$$X_1 + X_2 \sim \mathrm{N}(\mu_1 + \mu_2, \sigma_1^2 + \sigma_2^2)\,.$$

Aufgabe 40: Es sei $\mathcal{C}_\alpha$ die Cauchy-Verteilung mit Dichte $x \mapsto \frac{\alpha}{\pi}(\alpha^2 + x^2)^{-1}$. Zeigen Sie, daß für $\alpha, \beta > 0$

$$\mathcal{C}_\alpha * \mathcal{C}_\beta = \mathcal{C}_{\alpha+\beta}$$

gilt. (*Hinweis:* Verwenden Sie ohne Beweis, daß $\widehat{\mathcal{C}_\alpha}(\xi) = e^{-\alpha|\xi|}$ gilt.)

Aufgabe 41: Berechnen Sie die Fourier-Transformierte der folgenden Verteilungen auf $\mathbb{R}$:

(a) Binomialverteilung $\mathfrak{B}_{n,p}$;

(b) der Gleichverteilung auf $[-\alpha, \alpha]$ $(\alpha > 0)$;

Abgabe: Dienstag, den 06.07