

## Lineare Algebra für Informatiker, SS12

Übungsblatt 1, Musterlösungen werden in den Übungen am 18. April vorgestellt

**Aufgabe 1.** In der Vorlesung wurde der Körper der komplexen Zahlen eingeführt. Die Grundmenge war  $\mathbb{C} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ , also die Menge aller Paare von reellen Zahlen. Ausserdem war die Addition  $+_{\mathbb{C}} : \mathbb{C} \times \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  punktweise definiert durch  $(a, b) +_{\mathbb{C}} (c, d) \mapsto (a + c, b + d)$  und die Multiplikation durch  $\cdot_{\mathbb{C}} : \mathbb{C} \times \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  durch

$$(a, b) \cdot_{\mathbb{C}} (c, d) \mapsto (ac - bd, ad + bc) .$$

- (a) Zeigen Sie, daß diese Multiplikation assoziativ ist.
- (b) Zeigen Sie, daß das Distributivgesetz gilt.

**Aufgabe 2.** <sup>1</sup> Schreiben Sie die folgenden komplexen Zahlen in der Form  $a + bi$ , mit  $a, b \in \mathbb{R}$

- (a)  $\frac{2}{i}$
- (b)  $\frac{2}{i} + \frac{i}{2}$

Berechnen Sie außerdem jeweils das multiplikative Inverse zu

- (a)  $5 + 2i$
- (b)  $(7 - i)i$

**Aufgabe 3.** Betrachten wir den Körper  $\mathbb{Z}_5$ , also mit vereinfachter Schreibweise den Körper mit der Grundmenge  $\{0, 1, 2, 3, 4\}$  und den Verknüpfungen

+	0	1	2	3	4	und	·	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4		0	0	0	0	0	0
1	1	2	3	4	0		1	0	1	2	3	4
2	2	3	4	0	1		2	0	2	4	1	3
3	3	4	0	1	2		3	0	3	1	4	2
4	4	0	1	2	3		4	0	4	3	2	1

<sup>1</sup>Erst nach der Vorlesung am 16. April lösbar; oder mit Vorkenntnissen über komplexe Zahlen.

Besitzt in diesem Körper die Gleichung

$$x^2 = -1$$

eine Lösung?

(Tipp: überlegen Sie sich zuerst, was  $-1$ , also das additive inverse zu 1 in diesem Körper ist.)

Hat in diesem Körper die Gleichung

$$x^2 - 3 = 0$$

eine Lösung?

---

**Aufgabe 4.** Zeigen Sie, daß, wenn  $K$  ein endlicher Körper ist, dann gibt es eine natürliche Zahl, so daß

$$n \cdot 1 = \underbrace{1 + 1 + \cdots + 1}_{n \text{ mal}} = 0$$

ist. Wenn Ihnen diese Aufgabe zu schwer ist, hilft vielleicht der Tipp unter: <http://theoinf.math.uni-siegen.de/dmi/folien/hint1.html>

---

**Zusatzaufgabe 5.** Konstruieren Sie einen Körper mit vier Elementen. (Natürlich ohne die Lösung in Beutelspacher nachzulesen.)

ENDE