Fakultät IV = XXIV — Mathematik
Mathematische Logik und
Theoretische Informatik
Hannes Diener

Lineare Algebra für Informatiker, SS12

Übungsblatt **9**, Musterlösungen werden in den Übungen am 27. Juni vorgestellt

---

Aufgabe 1. Berechnen Sie die Determinante der folgenden Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 6 & 6 \\ 1 & 4 & 9 & 2 \\ 1 & 7 & 8 & 9 \\ 1 & 9 & 9 & 9 \end{pmatrix}$$

jeweils durch

(a) Entwicklung nach der 2. Zeile und Anwendung der Regel von Sarrus.

(b) Umwandlung in eine Dreiecksmatrix durch elementare Zeilenumformungen.

Aufgabe 2. Nehmen wir an eine Abbildung $F : M(n \times n, K) \to K$ ist linear in jeder Zeile und $2 \neq 0$ in K. Zeigen Sie, daß äquivalent sind:

(a) Sind zwei Zeilen von A identisch, so ist $F(A) = 0$.

(b) Geht B durch Vertauschen von zwei Zeilen aus A hervor, so ist $F(A) = F(B)$.

(c) Sind die Zeilen von A linear abhängig, so ist $F(A) = 0$.

Aufgabe 3. Angenommen

$$\det \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & j \end{pmatrix} = -6 \ ,$$

was ist dann

$$\det \begin{pmatrix} g & h & j \\ d & e & f \\ a & b & c \end{pmatrix} , \quad \det \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ 2a & 2b & 2c \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \det \begin{pmatrix} a+d & b+e & c+f \\ -d & -e & -f \\ g & h & j \end{pmatrix} ?$$

Aufgabe 4. Bestimmen Sie die Determinante der folgenden Matrix:

$$\begin{pmatrix} a & b & b & b \\ b & a & b & b \\ b & b & a & b \\ b & b & b & a \end{pmatrix}$$

Aufgabe 5. Geben Sie eine Formel für die Determinante einer Matrix der Form

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & a_{1\,n} \\ 0 & 0 & \dots & a_{2\,(n-1)} & a_{2\,n} \\ \vdots & \vdots & \iddots & & \vdots \\ 0 & a_{(n-1)\,2} & a_{(n-1)\,3} & \dots & a_{(n-1)\,n} \\ a_{n\,1} & a_{n\,2} & a_{n\,3} & \dots & a_{n\,n} \end{pmatrix}$$

an.

Zusatzaufgabe 6. Zeigen Sie, daß die folgenden Aussagen für zwei Vektoren $x = (x_1, \dots, x_n), y = (y_1, \dots, y_n) \in K^n$ äquivalent sind:

(a) x, y sind linear abhängig

(b) $\det \begin{pmatrix} x_i & y_i \\ x_j & y_j \end{pmatrix} = 0$ für alle i, j

ENDE