Fakultät IV = XXIV — Mathematik
Mathematische Logik und
Theoretische Informatik
Hannes Diener

Lineare Algebra für Informatiker, SS13

Übungsblatt **11**

Aufgabe 1. Sei $\varphi : V \to W$ eine lineare Abbildung zwischen Vektorräumen. Beweisen oder widerlegen Sie:

(a) Ist $v \in V$ ein Eigenvektor von φ mit Eigenwert $k \in K$, so ist für jedes $\ell \in K \backslash \{0\}$ der Vektor ℓv Eigenvektor mit Eigenwert k.

(b) Sind $v_1, \ldots, v_n$ Eigenvektoren mit dem gleichem Eigenwert k, so ist jeder nicht-triviale Vektor aus $\langle v_1, \ldots, v_n \rangle$ ein Eigenvektor zum Eigenwert k.

(c) Ist v ein Eigenvektor mit Eigenwert k und w einer mit Eigenwert ℓ, so ist $v + w$ Eigenvektor mit Eigenwert $k + \ell$.

Aufgabe 2. Sei $A \in M(n \times n, \mathbb{C})$ eine Matrix, die nur reelle Einträge hat. Zeigen Sie, daß wenn λ ein Eigenwert ist, so ist auch $\overline{\lambda}$ Eigenwert.

Aufgabe 3. Bestimmen Sie die Eigenwerte der folgenden Matrix:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 4. Die folgende Matrix hat den Eigenwert 4. Finden Sie einen Eigenvektor zu diesem Eigenwert.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 2 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 5. Finden Sie eine Matrix $A \in M(3 \times 3, \mathbb{R})$ mit höchstens 3 Nullen die das charakteristische Polynom

$$\chi_A = (X - 3)(X - 2)(X - 1)$$

hat.

Zusatzaufgabe 6. Welche Auswirkungen haben elementaren Zeilenumformungen einer Matrix auf die Eigenwerte dieser Matrix?

ENDE