

Algorithmen

Wintersemester 2007/08

Übungsblatt 3

Aufgabe 1

Sortieren Sie die Folge (15, 24, 8, 2, 30, 15, 5, 18, 3, 12) unter Verwendung des Verfahrens HeapSort.

Aufgabe 2

Implementieren Sie den Algorithmus HeapSort (in Pseudocode oder einer Programmiersprache) in dem Sie als Datenstruktur ein array benutzen. Führen Sie dazu die Überlegungen der Vorlesung weiter.

Aufgabe 3

Sei B ein fast vollständiger Binärbaum mit n Knoten, der in einem array $A[1..n]$ abgelegt ist. Zeigen Sie:

- Die Knoten mit Höhe mindestens h haben die Nummern $1, \dots, \lfloor \frac{n}{2^h} \rfloor$.
- Die Blätter haben die Nummern $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 1, \dots, n$.
- Die Anzahl der Knoten mit Höhe h ist kleiner gleich $\lceil \frac{n}{2^{h+1}} \rceil$.

Aufgabe 4

- Sei T gegeben durch die Rekursion

$$T(n) = aT(\lfloor n/b \rfloor), \quad n > 0, \quad T(0) = c$$

mit $a \geq 1$, $b > 1$, $c > 0$. Zeigen Sie, dass T monoton steigend ist und dass $T \in \Theta(n^{\log_b a})$.

- Sei $U : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion mit den Eigenschaften

$$U(n) \geq aU(\lfloor n/b \rfloor), \quad n > 0, \quad U(0) = c.$$

Zeigen Sie, dass $U(n) \geq T(n)$ für alle $n \geq 0$ (und damit $U \in \Omega(n^{\log_b a})$).