Fachbereich 6 · Mathematik
Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dieter Spreen
F. Eisterlehner

UNIVERSITÄT SIEGEN

Komplexitätstheorie

Übungsblatt 1, Wintersemester 2007/08

Aufgabe 1 (*p-many-one-Reduktion*)
Zeigen Sie:

a) Für alle Sprachen $L, L' \subseteq \Sigma^*$ gilt: $L \leq_m^p L' \iff \bar{L} \leq_m^p \bar{L}'$

b) NP ist nach unten gegen $\leq_m^p$ abgeschlossen, d.h. es gilt $B \in \mathsf{NP} \wedge A \leq_m^p B \implies B \in \mathsf{NP}$.

Aufgabe 2 (NPC und co–NPC)
Zeigen Sie:

a) Für alle Sprachen $L \subseteq \Sigma^*$ gilt: $L \in \mathsf{co\text{–}NPC} \iff \bar{L} \in \mathsf{NPC}$

b) $\mathsf{UNSAT} \in \mathsf{co\text{–}NPC}$

Aufgabe 3 (Polynomialzeithierarchie)
Zeigen Sie:

a) Σ_k^p und Π_k^p sind für $k \geq 1$ nach unten gegen $\leq_m^p$ abgeschlossen.

b) Für die Polynomialzeithierarchie PH gilt: $\mathsf{PH} \subseteq \mathsf{PSPACE}$

Aufgabe 4 (Koinzidenz)
Sei α eine (aussagenlogische) Formel, welche höchstens die Propositionalzeichen $X_{i_1}, \ldots, X_{i_n}$ enthält. Seien ferner B, B' Belegungen mit $B(X_{i_\nu}) = B'(X_{i_\nu})$ für $\nu = 1, \ldots, n$.

Zeigen Sie, dass dann auch $\bar{B}(\alpha) = \bar{B}'(\alpha)$ gilt.