

Grundlagen der Theoretischen Informatik, SS12

Übungsblatt 5 / 5 zum Nachholen der Klausurzulassung, Abgabe bis zum **Mo. 11. Juni**¹

—

Allgemeine Hinweise:

- Es wird erwartet und empfohlen, dass Sie diese Übungen **alleine** bearbeiten.
- Alle relevanten Informationen werden auf der GTI Homepage bekanntgegeben. Hier sind auch das Skript und diese Übungsblätter zu finden.
- In jeder Aufgabe können wie immer 5 Punkte erreicht werden.
- Bitte geben Sie Ihre Lösungen in gut leserlicher und sauberer Form ab. Begründen Sie Ihre Antworten und argumentieren Sie *nachvollziehbar*.

Aufgabe 1. Der folgende Satz wurde in der Vorlesung² erwähnt:

Ein ungerichteter Graph G hat genau dann einen Eulerkreis, wenn G zusammenhängend ist und jeder Knoten einen gerade Ausgangsgrad hat.

Beweisen Sie folgende Hälfte dieses Satzes: Wenn G zusammenhängend ist und jeder Knoten einen gerade Ausgangsgrad hat, dann hat G einen Eulerkreis.
(Hinweis: Vollständige Induktion über die Anzahl der Knoten. D.h. Gegeben einen zusammenhängenden Graphen G mit $n + 1$ Knoten in dem jeder Knoten einen geraden Ausgangsgrad hat, finden Sie einen Teilgraphen mit n Knoten, auf den Sie die Induktionsvoraussetzung anwenden können...)

Aufgabe 2. Sei (Φ, Ψ) ein zulässiges Programmiersystem für $\mathcal{P}$. (Φ, Ψ) besitzt also insbesondere eine universelle Funktion $u \in \mathcal{P}^{(2)}$ und eine s - m - n Funktion s , d.h. eine Funktion $s \in \mathcal{R}^{(3)}$, so dass für alle $m, n \geq 1$ und alle $i, x_1, \dots, x_m, y_1, \dots, y_n \in \mathbb{N}$

$$\Phi_{s(i, m, \langle x_1, \dots, x_m \rangle)}(\langle y_1, \dots, y_n \rangle) = \Phi_i(\langle x_1, \dots, x_m, y_1, \dots, y_n \rangle).$$

Zeigen Sie, dass es eine total-rekursive Funktion $k : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ gibt, so dass für alle $n \in \mathbb{N}$

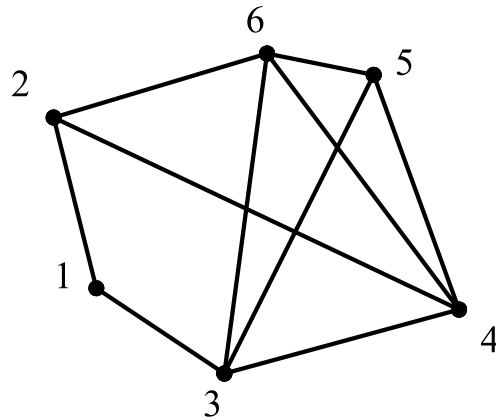
$$\Phi_{k(n)} = \lambda x. x^n.$$

¹ Abgabe am Besten *persönlich* bei Christian Uhrhan (EN-B 0125), oder im Sekretariat der theoretischen Informatik (EN-B 0121).

² In der neuesten Version des Skriptes ist dieser Satz jetzt im ersten Kapitel zu finden.

Aufgabe 3. Was ist die Laufzeit der TM in Beispiel 3.2.28. bei Eingabe eines Wortes der Länge n ? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 4. Gegeben ist der Graph $G = (\{1, \dots, 6\}, K)$ wobei K wie folgt graphisch gegeben ist:



- (a) Enthält G einen Eulerkreis (ein geschlossener Kantenzug, der jede Kante in G genau einmal enthält)?
- (b) Was ist die grösste Clique, die G besitzt?
- (c) Wie viele Farben werden mindestens benötigt, um G so zu färben, dass benachbarte Knoten nicht die selbe Farbe besitzen.