Fachbereich 6 · Mathematik
Lehrstuhl für Mathematische Logik und
Theoretische Informatik
Prof. Dr. Dieter Spreen
Christian Uhrhan, Felix Nöh, Walter Beking

UNIVERSITÄT SIEGEN

Grundlagen der Theoretischen Informatik, WS11/12

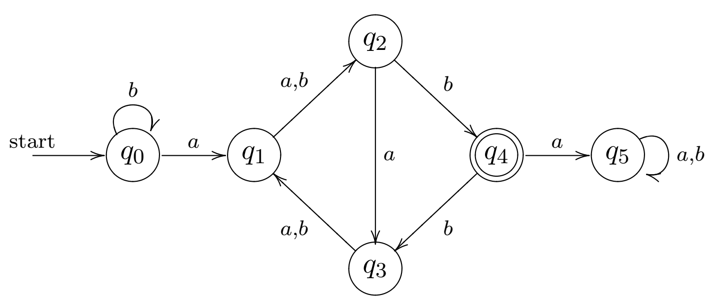
Übungsblatt **5**, Abgabe bis zum **Mi. 23. November**[1]

- In jeder Aufgabe können 5 Punkte erreicht werden.
- Es sind Doppelabgaben erlaubt. Name und Matr.Nr. sollten gut leserlich auf der Abgabe stehen.
- Bitte geben Sie Ihre Lösungen in gut leserlicher und sauberer Form ab.
- Begründen Sie Ihre Antworten und argumentieren Sie *nachvollziehbar*.

Aufgabe 1. *(Zur Illustration des Beweises des Pumpinglemmas)* Betrachten Sie den DEA

$$A = (\{a, b\}, \{q_0, \ldots, q_5\}, q_0, \{q_4\}, \Delta)\,,$$

wobei Δ graphisch gegeben ist durch:



(a) Geben Sie ein Wort $x \in L(A)$ mit $|x| > 9$ an.

(b) Welche Zustände des Automaten A werden beim Abarbeiten von x mehrmals durchlaufen?

(c) Für einen der Zustände q_i aus Teilaufgabe (b) zerlegen Sie Ihr Wort x in drei Teilwörter $uvw = x$, so daß $(x, q_0) \vdash_A^* (vw, q_i)$, $(vw, q_i) \vdash_A^* (w, q_i)$ und $(w, q_i) \vdash_A^* (\varepsilon, q_4)$. Ausserdem soll w nicht das leere Wort sein.

[1] Abgabe am Besten in der Vorlesung. Alternativ können Lösungen auch **persönlich** bei Christian Uhrhan (EN-B 0125) oder im Sekretariat der theoretischen Informatik (EN-B 0121) abgegeben werden. Verwenden Sie auf keinen Fall den Briefkasten des Lehrstuhls.

(d) Geben Sie drei Rechnungen von A an, die zeigen, daß A die Wörter uw, $uvvw$ und $uvvvw$ akzeptiert.

(e) Zerlegen Sie Ihr Wort x in drei (andere) Teilwörter $u'v'w' = x$, mit $v' \neq \varepsilon$, so daß $u'w' \notin L(A)$.

Aufgabe 2. Gegeben Sei die (kontextfreie) Grammatik $G = (\{a, b, c\}, \{S, T\}, S, P)$ mit Regeln P gegeben durch

$$\begin{aligned} S &\rightarrow \ TbaT \\ T &\rightarrow \ aTb \mid cc \end{aligned}$$

(a) Bestimmen Sie die von G erzeugte Sprache (ohne Korrektheitsbeweis).

(b) Leiten Sie ein von Ihnen gewähltes Wort $w \in L(G)$ mit $|w| > 10$ in der Grammtik G ab.

(c) Ist $L(G)$ regulär? (Vergessen Sie nicht Ihre Antwort zu begründen).

Aufgabe 3. Zeigen Sie, dass die Klasse der kontextfreien Sprachen unter Vereinigung, Konkatenation, und Kleene Abschluss abgeschlossen sind. Genauer:
Seien L und L' Sprachen über einem Alphabet Σ, die von den kontextfreien Grammatiken $G = (\Sigma, N, S, P)$ und $G' = (\Sigma, N', S', P')$ erzeugt werden. Konstruieren Sie aus G und G' kontextfreie Grammatiken, die die...

(a) ...Vereinigung $L \cup L'$,

(b) die Konkatenation $L \circ L'$ und

(c) den Kleene Abschluss $(L)^*$

akzeptieren.

Aufgabe 4. Zeigen Sie, dass die folgende Sprache L (über dem Alphabet $\{0, 1\}$) kontextfrei ist. (D.h. geben Sie eine kontextfreie Grammatiken an, die L erzeugt.) Ein Korrektheitsbeweis ist *nicht* nötig.

$$L = \{0^i 1^j \mid i < j \text{ oder } j < i\}.$$

ENDE