

Grundlagen der Theoretischen Informatik, WS11/12

Übungsblatt 8, Abgabe bis zum **Mi. 14. Dezember**¹

- In jeder Aufgabe können 5 Punkte erreicht werden.
- Es sind Doppelabgaben erlaubt. Name und Matr.Nr. sollten gut leserlich auf der Abgabe stehen.
- Bitte geben Sie Ihre Lösungen in gut leserlicher und sauberer Form ab.
- Begründen Sie Ihre Antworten und argumentieren Sie *nachvollziehbar*.

Aufgabe 1. Geben Sie eine induktive Definition der Funktionen $\text{sum} : \mathbb{D} \times \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{D}$ und $\text{mult} : \mathbb{D} \times \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{D}$ an, so dass

$$\text{sum}(\underline{n}, \underline{m}) = \underline{n + m}$$

und

$$\text{mult}(\underline{n}, \underline{m}) = \underline{n * m}$$

für alle natürlichen Zahlen $n, m \in \mathbb{N}$ gilt.

Aufgabe 2. Betrachten Sie das folgende WHILE-Program p .

```
succ: read X;  
      Y:= cons nil X;  
write Y;
```

Geben Sie einen Korrektheitsbeweis, dafür an, dass p die Nachfolgefunktion berechnet. D.h. Zeigen Sie, dass für alle $n \in \mathbb{N}$

$$\llbracket p \rrbracket(\underline{n}) = \underline{n + 1}$$

gilt.

¹Abgabe am Besten in der Vorlesung. Alternativ können Lösungen auch *persönlich* bei Christian Uhrhan (EN-B 0125) oder im Sekretariat der theoretischen Informatik (EN-B 0121) abgegeben werden. Verwenden Sie auf keinen Fall den Briefkasten des Lehrstuhls.

Aufgabe 3. Geben Sie WHILE-Programme an, die die Funktionen

(a) $double(n) = n + n$

(b) $div2(n) = \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$, dabei ist $\lfloor x \rfloor$ die größte ganze Zahl kleiner oder gleich x .

(c)

$$leb(n, m) = \begin{cases} 1 & \text{falls } n \leq m \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

berechnen. D.h. geben Programme p_1, p_2 und p_3 an, so dass

$$\llbracket p_1 \rrbracket(\underline{n}) = \underline{double(n)}.$$

$$\llbracket p_2 \rrbracket(\underline{n}) = \underline{div2(n)}.$$

$$\llbracket p_3 \rrbracket(\underline{(n.m)}) = \underline{leb(n, m)}.$$

Aufgabe 4. Benutzen Sie die WHILE-Programme `double`, `div2` und `leb` aus der vorherigen Aufgabe, um ein WHILE-Programm anzugeben, welches die Funktion

$$even(n) = \begin{cases} 1, & n \text{ gerade} \\ 0, & n \text{ ungerade.} \end{cases}$$

berechnet.

ENDE