

Grundlagen der Theoretischen Informatik, WS11/12
Übungsblatt 11, Abgabe bis zum **Mi. 18. Januar**¹

- In jeder Aufgabe können 5 Punkte erreicht werden.
- Es sind Doppelabgaben erlaubt. Name und Matr.Nr. sollten gut leserlich auf der Abgabe stehen.
- Bitte geben Sie Ihre Lösungen in gut leserlicher und sauberer Form ab.
- Begründen Sie Ihre Antworten und argumentieren Sie *nachvollziehbar*.

Aufgabe 1. Beweisen Sie Lemma 3.2.65 (siehe Skript online), d.h. zeigen Sie, dass

- (a) für $x > 1$ ist $B_0(x) = x + 2$
- (b) für $x > 0$ ist $B_1(x) = 2x$
- (c) für $x \in \mathbb{N}$ ist $B_2(x) = 2^x$
- (d) für $x > 0$ ist $B_3(x) = 2 \uparrow\uparrow x$

Dabei ist $\cdot \uparrow\uparrow \cdot$ der sogenannte *Knuth-Arrow-Operator* und ist wie folgt definiert:

$$a \uparrow\uparrow b := \underbrace{a^{a^{\cdots^a}}}_{b\text{-mal}}.$$

¹Abgabe am Besten in der Vorlesung. Alternativ können Lösungen auch *persönlich* bei Christian Uhrhan (EN-B 0125) oder im Sekretariat der theoretischen Informatik (EN-B 0121) abgegeben werden. Verwenden Sie auf keinen Fall den Briefkasten des Lehrstuhls.

Aufgabe 2. Zeigen Sie, dass die Funktionen $div2$ und sqr t gegeben durch

$$\begin{aligned} div2(n) &= \begin{cases} \frac{n}{2} & , \text{ falls } n \text{ gerade} \\ \text{undef} & , \text{ sonst} \end{cases} \\ sqr(n) &= \begin{cases} s & , \text{ falls } n = s^2 \\ \text{undef} & , \text{ sonst} \end{cases} \end{aligned}$$

μ -rekursiv sind.

Aufgabe 3. Sei $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ eine totale, injektive und μ -rekursive Funktion. Zeigen Sie, dass die (möglicherweise) *partielle* Umkehrfunktion f^{-1} μ -rekursiv ist.

Aufgabe 4. Sei (Φ, Ψ) ein universelles zulässiges Programmiersystem für $\mathcal{R}$. Zeigen Sie, dass es eine Funktion $k : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ gibt, für die

$$\Phi_{k(n)} = \lambda x. x^n$$

gilt.

Hinweis: S_n^m -Theorem

ENDE