

Grundlagen der Theoretischen Informatik, WS11/12

Übungsblatt 12, Abgabe bis zum **Mi. 25. Januar**¹

- In jeder Aufgabe können 5 Punkte erreicht werden.
- Es sind Doppelabgaben erlaubt. Name und Matr.Nr. sollten gut leserlich auf der Abgabe stehen.
- Bitte geben Sie Ihre Lösungen in gut leserlicher und sauberer Form ab.
- Begründen Sie Ihre Antworten und argumentieren Sie *nachvollziehbar*.

Aufgabe 1. Sei $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ eine totale, μ -rekursive Funktion. Zeigen Sie, daß auch die folgenden beiden Funktionen totale und μ -rekursiv sind:

- (a) Die Funktion $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, die jedem $n \in \mathbb{N}$ das Maximum der Zahlen $f(0), \dots, f(n)$ zuordnet.
- (b) Die Funktion $h : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, die jedem $n \in \mathbb{N}$ eine Zahl m zuordnet, so dass $f(m)$ das Maximum der Zahlen $f(0), \dots, f(n)$ ist.

Aufgabe 2. Zeigen Sie, daß beim Problem „bin packing“ folgender informeller Algorithmus versagen kann (d.h. geben Sie ein Gegenbeispiel an):

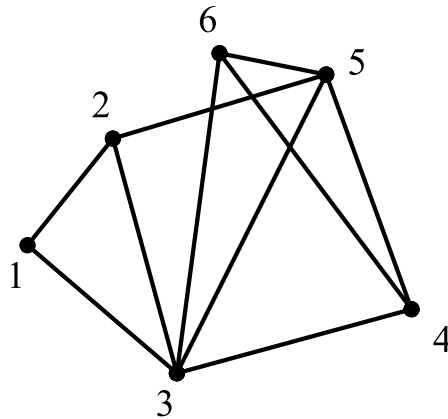
- (Stelle alle Gegenstände in einer Reihe (bzw. im Kreis auf))
- Fülle den ersten Behälter nach und nach mit dem nächsten Gegenstand auf, wenn er noch hineinpasst.
- Gehe zum nächsten Behälter über, und wiederhole den letzten Schritt.

¹ Abgabe am Besten in der Vorlesung. Alternativ können Lösungen auch *persönlich* bei Christian Uhrhan (EN-B 0125) oder im Sekretariat der theoretischen Informatik (EN-B 0121) abgegeben werden. Verwenden Sie auf keinen Fall den Briefkasten des Lehrstuhls.

- Nachdem man den letzten Behälter soweit es geht gefüllt hat, sieht man ja, ob noch Gegenstände übrig sind.

(Dieser Algorithmus zum Befüllen wäre offensichtlich in $\mathbf{P}$.)

Aufgabe 3. Betrachten sie folgenden Graphen $G = (V, E)$, gegeben in graphischer Darstellung



- Geben Sie die Adjazenzmatrix von G an.
- Eine Teilmenge $C \subseteq V$ heißt *Clique*, wenn $C \times C \subseteq E$. Was ist die größte Clique, die G besitzt.
- Wie viele Farben werden mindestens benötigt, um G so zu färben, daß benachbarte Knoten nicht die selbe Farbe besitzen.

Aufgabe 4. Für $A, B \in \mathbb{N}$ sagen wir, dass A *polynomzeitreduzierbar* auf B (i.Z. $A \leq^p B$) ist, wenn es eine Funktion $f \in \mathbf{FP}$ mit $c_A = c_B \circ f$ gibt.

Sei nun für $A, B \subseteq \mathbb{N}$ die folgende Menge definiert:

$$A \oplus B = \{2i \mid i \in A\} \cup \{2i + 1 \mid i \in B\}.$$

- Zeigen Sie, daß $A \leq^p (A \oplus B)$ und $B \leq^p (A \oplus B)$.
- Zeigen Sie außerdem, daß $A \oplus B \in \mathbf{P}$, genau dann, wenn sowohl $A \in \mathbf{P}$ als auch $B \in \mathbf{P}$.
- Zeigen Sie durch ein Beispiel, daß Aussage (b) falsch ist, wenn $\oplus$ durch $\cup$ ersetzt wird.

ENDE