Fakultät IV · Mathematik
Hannes Diener

Diskrete Mathematik für Informatiker, WS13/14

Übungsblatt **3**, Besprechung in den Übungen vom 18.–20. Nov.

Aufgabe 1. Sind die folgenden Relationen 1. symmetrisch, 2. reflexiv und 3. transitiv?

- $R_1 = \{ (a,b) \in \mathbb{Z}^2 \mid a + b = 0 \}$
- $R_2 = \{ (a,b) \in \mathbb{Z}^2 \mid a^2 = b^2 \}$
- $R_3 = \{ (a,b) \in \mathbb{Z}^2 \mid a + b \text{ ist gerade} \}$
- $R_4 = \{ (a,b) \in \mathbb{Z}^2 \mid a + b \text{ ist ungerade} \}$

Aufgabe 2. Sei X die Menge aller Menschen. Wir betrachten die folgenden Relationen auf X:

(a) $F = \{(x,y) \mid x \text{ ist der Vater von } y\}$

(b) $M = \{(x,y) \mid x \text{ ist die Mutter von } y\}$

(c) $B = \{(x,y) \mid x \text{ ist der Bruder von } y\}$

(d) $S = \{(x,y) \mid x \text{ ist die Schwester von } y\}$

(e) $T = \{(x,y) \mid x \text{ ist die Tochter von } y\}$

Beschreiben Sie die Mengen $F \cup M$, $F \circ F$ und $B \circ T$. Finden Sie ausserdem eine Darstellung der folgenden Relationen durch F, M, B, S und T durch Vereinigung, Durchschnitt, Komposition und Umkehrrelation:

- x ist der Großvater von y
- x ist der Neffe von y
- x ist Nachfahre von y

Aufgabe 3. Seien R und S Relationen auf einer Menge A (also Teilmengen von $A \times A$). Zeigen Sie:

(a) $(R \cup S)^{-1} = S^{-1} \cup R^{-1}$

(b) $(R \circ S)^{-1} = S^{-1} \circ R^{-1}$

Aufgabe 4. Zeigen Sie, daß eine Relation R auf einer Menge A genau dann transitiv ist wenn

$$R \circ R \subseteq R$$

Aufgabe 5. Zeigen oder widerlegen Sie, daß ...

- ... die Vereinigung von zwei transitiven (symmetrischen, reflexiven) Relationen wieder transitiv ist.
- ... der Durchschnitt von zwei transitiven (symmetrischen, reflexiven) Relationen wieder transitiv ist.

Aufgabe 6. Geben Sie zur Relation

$$R = \{(a, b), (b, c), (c, d), (d, e)\}$$

auf $A = \{a, b, c, d, e\}$ die reflexive, die symmetrische und die transitive Hülle explizit an.

Aufgabe 7. [1] Sei auf der Menge A aller Schauspieler eine Relation R definiert durch "Waren im gleichen Film". Finden Sie Schauspieler $x_1, \ldots, x_n$ so daß $x_1 R x_2, \ldots, x_{n-1} R x_n$, wobei x_1 Kevin Bacon und x_n Colin Firth ist. Die Webseite http://imdb.com sollte helfen.

ENDE

[1] Optional