Fakultät IV · Mathematik
Hannes Diener

Diskrete Mathematik für Informatiker, WS13/14

Übungsblatt **4**, Besprechung in den Übungen vom 25.–27. Nov.

Aufgabe 1. Was bedeutet:

(a) nicht injektiv

(b) nicht surjektiv

(c) nicht bijektiv

Aufgabe 2. Zeigen Sie Teile $3, 4, 5$ und 6 von Satz 3.6.

Aufgabe 3. In der Vorlesung haben wir durch ein Beispiel gesehen, daß für eine Funktion $f : M \to N$ und $A, B \subseteq M$ im allgemeinen nicht gilt, daß

$$f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B) \ .$$

Zeigen Sie, daß diese Inklusion jedoch gilt wenn f injektiv ist.

Aufgabe 4. (a) Sei $f : \{1, \ldots, n\} \to \{1, \ldots, m\}$. Zeigen Sie (Schubfachprinzip):

(i) Ist $n > m$, so kann f nicht injektiv sein.

(ii) Ist $m > n$, so kann f nicht surjektiv sein.

(b) Zeigen Sie mit Hilfe des ersten Teils dieser Aufgabe die in der Vorlesung nicht bewiesene Aussage des Satzes 3.16.

Aufgabe 5. Welche der (drei) möglichen Kompositionen von zwei der drei Funktionen $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+, x \mapsto \sqrt{x}$, $g : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+, x \mapsto \frac{1}{x}$ und $h : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+, x \mapsto x+1$ sind kommutativ? D.h. für welche Funktionen ist es egal in welcher Reihenfolge wir sie hintereinanderausführen? (Vergessen Sie nicht eine Begründung bzw. ein Gegenbeispiel anzugeben).

Aufgabe 6. Seien $f : D \to M$ und $g : M \to N$ Funktionen. Zeigen Sie

(a) Ist $g \circ f$ injektiv, so ist f injektiv.

(b) Ist $g \circ f$ surjektiv, so ist g surjektiv.

(c) Ist f surjektiv und $g \circ f$ injektiv, so ist g injektiv.

ENDE