Fakultät IV · Mathematik
Hannes Diener

Diskrete Mathematik für Informatiker, WS13/14

Übungsblatt **7**, Besprechung in den Übungen vom 15.–17. Dez.

Aufgabe 1. Berechnen Sie mit Hilfe des erweiterten euklidischen Algorithmus Zahlen x, y, so daß

$$\mathrm{ggT}(a, b) = ax + by \ ,$$

wobei a ihre Immatrikulationsnummer und $b = 1440$ ist.

Aufgabe 2. Stellen Sie die Dezimalzahl 2013 im 2er, 5er, 11er und 16er System dar.

Aufgabe 3. Nehmen Sie an Sie haben eine Balkenwaage. Wie können Sie 22kg abwiegen, wenn Sie nur 3 und 5 kg Gewichte besitzen?

Aufgabe 4. Zeigen Sie, daß

(a) $n^2 \not\equiv 2 \mod 3$ für alle $n \in \mathbb{Z}$.[1]

(b) $n^2 \not\equiv 2 \mod 5$ für alle $n \in \mathbb{Z}$.

Aufgabe 5. Welche der folgenden Funktionen sind wohldefiniert?

(a) $f : \mathbb{Z}_p \to \mathbb{Z}_p$ definiert durch $f([n]_p) = [n^2]_p$.

(b) $g : \mathbb{Z}_6 \to \mathbb{Z}_{12}$ definiert durch $g([n]_6) = [n^2]_{12}$.

(c) $h : \mathbb{Z}_6 \to \mathbb{Z}_{12}$ definiert durch $h([n]_6) = [n^3]_{12}$.

Aufgabe 6. Zeigen Sie, daß wenn $p = 2^r - 1$ eine Primzahl ist, dann muss auch r eine Primzahl sein.
Tipp: Satz 5.11 kann in der Mitte des Beweises hilfreich sein.

[1] Tipp: Betrachten Sie die drei Fälle $n = 3m + i$ für $i = 0, 1, 2$.

Aufgabe 7. Beweisen, daß Satz 6.30 (Irrationalität von $\sqrt{p}$) auch gilt, wenn Sie die 2 durch eine beliebige Zahl $n \geqslant 2$ ersetzen.

Aufgabe 8. Beweisen, daß $3, 5, 7$ die einzigen aufeinanderfolgenden ungeraden Primzahlen sind. D.h., daß für $k > 1$ mindestens eine der Zahlen $2k+1, 2k+3, 2k+5$ keine Primzahl sein kann.[2]

ENDE

[2] Es wird vermutet, daß es unendlich viele Primzahlzwillinge gibt (d.h., daß es unendlich viele k gibt, so daß $2k+1$ und $2k+3$ Primzahlen sind). Einen Beweis gibt es allerdings bis heute nicht.