F. T. Suttmeier **FB Mathematik**
Ch. Teichmann **Univ. Siegen**
St. Schuß
M. Alterauge

Theoretische Übungen (2)
zur Vorlesung „Numerik I“
im Wintersemester 2010/11

28.10.2010

1. Man zeige: In einem metrischen Raum M mit Distanzfunktion d

   $$d : M \times M \longrightarrow \mathbb{R}$$

   gilt:

   i) $d(x,y) = d(y,x) \quad \forall\, x,y \in M$
   ii) $d(x,y) \geq 0 \quad \forall\, x,y \in M$

2. Man zeige: Auf $\mathbb{R}^n$ ist

   $$d\big((x_1,\ldots,x_n),\ (y_1,\ldots,y_n)\big) := \max_{1\leq j\leq n} |x_j - y_j|$$

   eine Metrik.

3. Man zeige: In einem linearen Raum $\mathcal{L}$ mit Norm $\|\cdot\|$ gilt:

   i) $0 \leq \|x\| \quad \forall\, x \in \mathcal{L}$
   ii) $\big|\|x\| - \|y\|\big| \leq \|x - y\|$

4. Zwei Normen $\|\cdot\|_1$, $\|\cdot\|_2$ auf einem linearen Raum $\mathcal{L}$ heißen <u>äquivalent</u>, wenn es $\underline{c}, \bar{C} > 0$ gibt mit

   $$\underline{c}\|x\|_1 \leq \|x\|_2 \leq \bar{C}\|x\|_1\,.$$

   Man zeige:

   Alle Normen des $\mathbb{R}^n$ sind äquivalent.